

1-13 絶対値の場合分け

1] 次の方程式, 不等式を解け。

(1) $|x+4|=3x$

(2) $|x-3| \leq -2x$

(3) $|x+2| > 3x$

(4) $|x-2|=2x+1$

(1) (i) $x+4 \geq 0$
 $x \geq -4$ a.e.
 $x+4 = 3x$
 $-2x = -4$
 $x = 2$

(ii) $x+4 < 0$
 $x < -4$ a.e.
 $-(x+4) = 3x$
 $-4x = 4$
 $x = -1$

≠だから $x \geq -4$ と $x < -4$ とは矛盾

(2) (i) $x-3 \geq 0$
 $x \geq 3$ a.e.
 $x-3 \leq -2x$
 $3x \leq 3$
 $x \leq 1$

(ii) $x-3 < 0$
 $x < 3$ a.e.
 $-(x-3) \leq -2x$
 $x-3 \geq 2x$
 $x \leq -3$

2] 次の方程式を解け。

(1) $|x|+|x-2|=6$

(2) $|x+3|+|x|=7$

(3) $|x|+2|x-1|=x+6$

(4) $|x+1|+|x-2|=5$

(1) (i) $x-2 \geq 0$
 $x \geq 2$ a.e.
 $x-2 = 2x+1$
 $x = -3$ 不適

(ii) $x-2 < 0$
 $x < 2$ a.e.
 $-(x-2) = 2x+1$
 $-x+2 = 2x+1$
 $x = \frac{1}{3}$ 適当

	$x-2$
-	+
-	+
0	2
	x

(i) $x \leq 0$ a.e.
 $-x - (x-2) = 6$
 $-2x = 4$
 $x = -2$

(ii) $0 < x \leq 2$ a.e.
 $x - (x-2) = 6$
 $2 = 6$ 不適

(3) (i) $x+2 \geq 0$
 $x \geq -2$ a.e.
 $x+2 > 3x$
 $-2x > -2$
 $x < 1$

(ii) $x+2 < 0$
 $x < -2$ a.e.
 $-(x+2) > 3x$
 $-x-2 > 3x$
 $4x < -2$
 $x < -\frac{1}{2}$

(i) (ii) 併せて $x \leq -3$

(2) (i) $x \leq -3$ a.e.
 $-(x+3) - x = 7$
 $-2x = 10$
 $x = -5$ 適当

(ii) $-3 < x \leq 0$ a.e.
 $x+3 - x = 7$
 $3 = 7$ 不適

	x
-	+
-	+
-3	0
	$x+3$

(iii) $x > 0$ a.e.
 $x+3 + x = 7$
 $2x = 4$
 $x = 2$

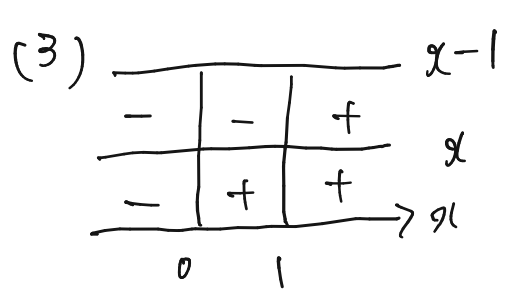
(i), (ii) 併せて $x < 1$

(i), (ii) 併せて $x < -2$ かつ $-2 \leq x < 1$

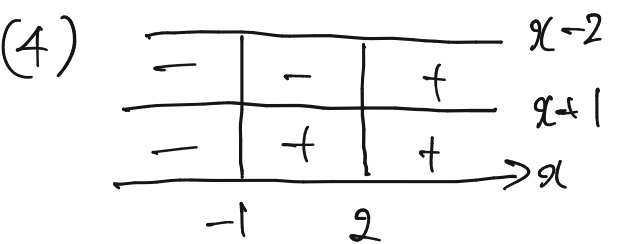
(i), (ii) 併せて $x \leq -3$

(i) $x \leq -3$ a.e.
 $-(x+3) - x = 7$
 $-2x = 10$
 $x = -5$ 適当

(i) ~ (iii) 併せて $x = 2, -5$



(i) $x \leq 0$ のとき
 $-x - 2(x-1) = x + b$
 $-x - 2x + 2 = x + b$
 $-4x = 4$
 $x = -1$ 不適



(i) $x \leq -1$ のとき
 $-(x+1) - (x-2) = 5$
 $-x-1-x+2=5$
 $-2x=4$
 $x=-2$
 適

(ii) $0 < x \leq 1$ のとき
 $x - 2(x-1) = x + b$
 $x - 2x + 2 = x + b$
 $-2x = 4$
 $x = -2$ 不適

(iii) $1 < x$ のとき
 $x + 2(x-1) = x + b$
 $x + 2x - 2 = x + b$
 $2x = 8$
 $x = 4$ 不適

(i) ~ (iii) の $x = -1, 4$

(ii) $-1 < x \leq 2$ のとき
 $(x+1) - (x-2) = 5$
 $3 = 5$
 不適

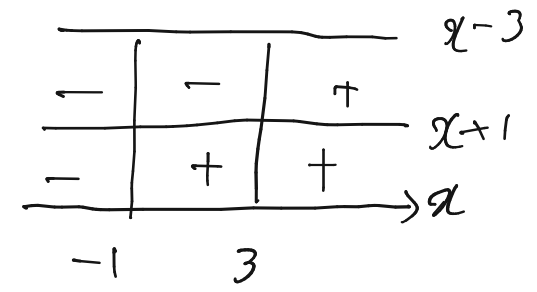
(iii) $x > 2$ のとき
 $x+1 + x-2 = 5$
 $2x = 6$
 $x = 3$
 適

(i) ~ (iii) の $x = -2, 3$

3 $-1 \leq x \leq 3$ のとき、次の式の根号をはずし、 x の整式で表せ。

$$\sqrt{x^2+2x+1} - \sqrt{x^2-6x+9}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{(x-3)^2} \\ &= |x+1| - |x-3| \\ & \quad -1 \leq x \leq 3 \text{ のとき} \\ &= (x+1) - \{ -(x-3) \} \\ &= x+1 + x-3 \\ &= 2x-2 \end{aligned}$$



2x-2

<今日のふりかえり>

絶対値 \Rightarrow 正確に
 場合分け できる!!