

1-5 発展的な因数分解

目次をおぼろげに
憶えよう。おぼろげに

1 次式を因数分解せよ。

(1) $(x-2)^2 - 3(x-2) - 18$

(3) $x^2 - (y-4)^2$

(2) $\beta = x+y$ とおくと

$2\beta^2 + 5\beta - 3$

$= (2\beta - 1)(\beta + 3)$

$= (2x+2y-1)(x+y+3)$

(2) $2(x+y)^2 + 5(x+y) - 3$

(3) $x^2 - (y-4)^2$

$= \{x+(y-4)\}\{x-(y-4)\}$

$= (x+y-4)(x-y+4)$

(1) $A = x-2$ とおくと

$A^2 - 3A - 18$

$= (A-6)(A+3)$

$= (x-8)(x+1)$

2 次式を因数分解せよ。

(1) $x^4 - 17x^2 + 16$

$A = x^2$ とおくと

$= A^2 - 17A + 16$

$= (A-16)(A-1)$

$= (x^2-16)(x^2-1) = (x+4)(x-4)(x+1)(x-1)$

(2) $x^4 + 2x^2 - 24$

$= (x^2)^2 + 2x^2 - 24$

$= (x^2+6)(x^2-4)$

$= (x^2+6)(x+2)(x-2)$

3 次式を因数分解せよ。

(1) $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$

(2) $27xy^3 - 12x^3y$

(3) $(3x-2)^2 - 2(3x+2)$

(4) $3a^4b - 4a^2b^3 - a^3b^2$

(5) $a^2(a-b) + 9b^2(b-a)$

(2) $3xy(9y^2 - 4x^2)$

$= 3xy(3y+2x)(3y-2x)$

(1) $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$

(1) $\frac{1}{4}(x^2+4x+4)$

$= \frac{1}{4}(x+2)^2$

(3) $9x^2 - 12x + 4 - 6x - 4$

$= 9x^2 - 18x$

$= 9x(x-2)$

(4) $a^2b(3a^2 - ab - 4b^2)$

$\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \frac{3}{-4}\right)$

$= a^2b(a+b)(3a-4b)$

(5) $a^2(a-b) - ab^2(a-b)$

$= (a-b)(a^2 - ab)$

$= (a-b)(a-3b)(a+3b)$

4 次式を因数分解せよ。

(1) $xy - x - y + 1$

(2) $a^2 - 2a^2b + 2b - a$

(3) $ab^2 - b^2c - c^2a + bc^2$

(4) $x^2 - 2xy + 4x - 2y + 3$

(1) $xy - x - y + 1$

$= x(y-1) - (y-1)$

$= (y-1)(x-1)$

(3) $ab^2 - c^2a - b^2c + bc^2$

$= a(b^2 - c^2) - bc(b-c)$

$= a(b+c)(b-c)$

$- bc(b-c)$

$= (b-c)\{a(b+c) - bc\}$

$= (b-c)(ab - bc + ca)$

(2) $-2a^2b + 2b + a^2 - a$

$= -2b(a^2 - 1) + a^2 - a$

$= -2b(a+1)(a-1) + a(a-1)$

$= (a-1)\{-2b(a+1) + a\}$

$= (a-1)(-2ab - 2b + a)$

(4) $-2xy - 2y + x^2 + 4x + 3$

$= -2y(x+1) + (x+1)(x+3)$

$= (x+1)\{-2y + (x+3)\}$

$= (x+1)(x-2y+3)$

低次数の文字に着目せよ!!

1-5 発展的な因数分解

5 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 - (a+b)x - 2(a+b)^2$

(3) $(x-y)(x-y+7)+10$

(1) $A = a+b$ と置く
 $x^2 - Ax - 2A^2$
 $= (x-2A)(x+A)$
 $= (x-2a-2b)(x+a+b)$

(3) $(x-y)(x-y+7)+10$
 $= (x-y)^2 + 7(x-y) + 10$
 $= (x-y+2)(x-y+5)$

6 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 + 27$

(2) $24a^3 - 81b^3$

(3) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24$

(1) $x^3 + 3^3$
 $= (x+3)(x^2 - 3x + 9)$

(2) $3(8a^3 - 27b^3)$
 $= 3(2a-3b)(4a^2 + 6ab + 9b^2)$

(2) $(x-y)^2 - 4(x-y)z + 4z^2$

(4) $(x^2-3x)^2 - 8(x^2-3x) - 20$

(2) $\beta = x-y$ と置く
 $\beta^2 - 4\beta z + 4z^2$
 $= (\beta - 2z)^2$
 $= (x-y-2z)^2$

(4) $\{(x^2-3x)-10\}\{(x^2-3x)+2\}$
 $= (x^2-3x-10)(x^2-3x+2)$
 $= (x-5)(x+2)(x-1)(x-2)$

7 次の式を因数分解せよ。

(1) $ax^2 + (ab+1)x + b$

(2) $3x^2 + 2(3a+b)x + 4ab$

(3) $abx^2 + (a^2 - b^2)x - ab$

(4) $2abx^2 - (4a+3b)x + 6$

(1) $ax^2 + (ab+1)x + b$
 $\begin{pmatrix} 1 & b & ab \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$
 $= (x+b)(ax+1)$

(2) $3x^2 + (6a+2b)x + 4ab$
 $\begin{pmatrix} 1 & 2a & 6a \\ 3 & 2b & 2b \end{pmatrix}$
 $= (x+2a)(3x+2b)$

(3) $abx^2 + (a^2 - b^2)x - ab$
 $\begin{pmatrix} a & -b & -a^2 \\ b & a & a^2 \end{pmatrix}$
 $= (ax-b)(bx+a)$

(4) $2abx^2 - (4a+3b)x + 6$
 $\begin{pmatrix} 2a & -3 & -3b \\ b & -2 & -4a \end{pmatrix}$
 $= (2ax-3)(bx-2)$

<今日のふりかえり>