

1 次の数列が等差数列であるとき、 x の値を求めよ。

(1) $5, x, 11, \dots$

(2) $x+1, 9, x^2-3, \dots$

(1) $2x = 5 + 11$
 $x = 8$

(2) $2 \cdot 9 = (x+1) + x^2 - 3$
 $18 = x + x^2 - 2$
 $x^2 + x - 20 = 0$ $x = 4, -5$
 $(x+5)(x-4) = 0$

2 次の数列は、各項の逆数をとった数列が等差数列となる。このとき、 x , ~~3~~の値を求めよ。

(1) $\frac{1}{11}, x, \frac{2}{3}, \dots$

$2 \cdot \frac{1}{x} = 11 + \frac{3}{2}$

逆数をとると、

$\frac{2}{x} = \frac{25}{2}$

$11, \frac{1}{x}, \frac{3}{2}$

$x = \frac{4}{25}$

= \therefore 等差数列なので、

3 等差数列をなす3つの数があって、それらの和が9、積が15であるという。この3つの数を求めよ。

3つの数 a, b, c はこの順で等差数列を成す

$$\begin{cases} a+b+c=9 & \dots (1) \\ abc=15 & \dots (2) \\ 2b=a+c & \dots (3) \end{cases}$$

3) & 1) 代入

$a(b-a) = 5$

$a = 1 \text{ or } 2, c = 5$

$3b = a$

$-a^2 + 6a - 5 = 0$

$a = 5 \text{ or } 3, c = 1$

$b = 3$

$a^2 - 6a + 5 = 0$

1), 2) 代入

$(a-1)(a-5) = 0$

以上

$a+c=6$

$a=1, 5$

$ac=5$

1, 3, 5

4 一般項が $a_n = 5n - 6$ で表される数列 $\{a_n\}$ は等差数列であることを示せ。また、初項と公差を求めよ。

$a_n = 5n - 6$

$a_{n+1} = 5(n+1) - 6$

$= 5n - 1$

$a_{n+1} - a_n = 5n - 1 - (5n - 6)$

$= -1 + 6$

$= 5$

$a_{n+1} - a_n$ が定数であるため

$\{a_n\}$ は等差数列であり

公差は 5 である。

差が一定
であることが示せる!!

$a_1 = 5 \cdot 1 - 6$

$= -1$

以上

初項 -1, 公差 5

3-3 等差数列の性質と和

5 初項 6, 公差 -4 の等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。また, 初項から第 30 項までの和 S_{30} を求めよ。

$$S_n = \frac{1}{2}n \{ 2a_1 + (n-1)d \}$$

$$S_n = \frac{1}{2}n \{ 2 \cdot 6 + (n-1) \cdot (-4) \}$$

$$= \frac{1}{2}n (12 - 4n + 4)$$

6 次のような等差数列の和 S を求めよ。

(1) 初項 8, 末項 84, 項数 20

(3) 初項 5, 公差 2, 項数 16

$$(1) S = \frac{1}{2} \times 20 (8 + 84)$$

$$S = 920$$

$$(3) S = \frac{1}{2} \times 16 \{ 2 \cdot 5 + (16-1) \cdot 2 \}$$

$$= 8 (10 + 30)$$

$$S = 320$$

$$S_n = -2n^2 + 8n$$

$$S_{30} = -2 \cdot 30^2 + 8 \cdot 30 = -1560$$

$$S_{30} = -1560$$

(2) 初項 80, 末項 0, 項数 17

(4) 初項 10, 公差 -3 , 項数 41

$$(2) S = \frac{1}{2} \times 17 (80 + 0)$$

$$S = 680$$

$$(4) S = \frac{1}{2} \times 41 \{ 2 \cdot 10 + (41-1) \cdot (-3) \}$$

$$= \frac{41}{2} \cdot (20 - 120)$$

$$S = -2050$$

7 次の等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。また, 初項から第 10 項までの和 S_{10} を求めよ。

(1) 初項 1, 公差 4

(3) 2, 7, 12, ……

(2) 初項 100, 公差 -2

(4) 50, 46, 42, ……

$$(1) S_n = \frac{1}{2}n \{ 2 + (n-1) \cdot 4 \}$$

$$S_n = 2n^2 - n$$

$$S_{10} = 200 - 10$$

$$S_{10} = 190$$

(3) 初項 2, 公差 5

$$S_n = \frac{1}{2}n \{ 4 + (n-1) \cdot 5 \}$$

$$S_n = \frac{1}{2}n (5n - 1)$$

$$S_{10} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (50 - 1)$$

$$<今日のふりかえり> S_{10} = 245$$

$$(2) S_n = \frac{1}{2}n \{ 200 + (n-1) \cdot (-2) \} = \frac{1}{2}n (-2n + 202)$$

$$S_n = -n^2 + 101n$$

$$S_{10} = -100 + 1010$$

$$S_{10} = 910$$

(4) 初項 50, 公差 -4

$$S_n = \frac{1}{2}n \{ 100 + (n-1) \cdot (-4) \}$$

$$= \frac{1}{2}n (-4n + 104)$$

$$S_n = -2n(n - 26)$$

$$S_{10} = -20 \cdot (-16)$$

$$S_{10} = 320$$

S_n の答は

因数分解 or 平方展開