２－１１　2次関数の決定

1 2次関数のグラフが次の 条件を満たすとき，その2次関数を求めよ。

(1)　(−1，6)，(1，−2)，(2，3)

(2) 頂点が点 (1，2) で，点 (0，4) を通る。

(3)　軸が直線 $x=-3$ で，2点 (−2，0)，(1，−15) を通る。

(1) 求める2次関数 $y=ax^2+bx+c$ とおく 〈3点代入〉

3点 $(-1,6),(1,-2),(2,3)$ を通るので、

$$\begin{cases} a-b+c=6 \\ a+b+c=-2 \\ 4a+2b+c=3 \end{cases}$$

これを解くと、 $a=3,\ b=-4,\ c=-1$

以上より

$y=3x^2-4x-1$

(2) 頂点 $(1,2)$ より $y=a(x-1)^2+2$ とおける。 〈頂点〉

点 $(0,4)$ を通るので、 $4=a+2$，　$a=2$

よって $y=2(x-1)^2+2$

(3) 軸が直線 $x=-3$ より $y=a(x+3)^2+q$ とおける 〈軸〉

点 $(-2,0),(1,-15)$ を通るので、

$$\begin{cases} 0=a+q \\ -15=16a+q \end{cases}$$

$a=-1,\ q=1$

よって $y=-(x+3)^2+1$

2 2次関数のグラフが次の 条件を満たすとき，その2次関数を求めよ。

(1) 軸が直線 $x=-2$ で、2点 $(-3,11),(-1,11)$ を通る。

(2) $(1,3),(-3,3),(2,8)$　(3) $(1,0),(-3,0),(-1,-4)$

(1) 2点 $(-3,11),(-1,11)$ より

軸が直線 $x=-2$ であることがわかる。

すなわち、条件不足のため

2次関数を決定することができない。

(2) $(1,3),(-3,3)$ を通るので、

軸は直線 $x=-1$ であるから

$y=a(x+1)^2+q$ とおける

点 $(1,3),(2,8)$ を通るので、

$$\begin{cases} 3=4a+q \\ 8=9a+q \end{cases}$$

$a=1,\ q=-1$

$y=(x+1)^2-1$

(3) (解1) (2)と同様

$(1,0),(-3,0)$ を通るので、

軸は直線 $x=-1$

$y=a(x+1)^2+q$ とおく

⋮ (略)

$y=(x+1)^2-4$

(3) (解2)

$(1,0),(-3,0)$ を通るので、

求める2次関数は、x軸と

$x=1,-3$ で交わる。

すなわち

$y=a(x-1)(x+3)$

とおくことができる

点 $(-1,-4)$ を通るので

$-4=a\cdot(-2)\cdot 2$，　$a=1$

$y=(x-1)(x+3)$

〈3点代入〉〈軸〉でも解けるが、、、(+α)にチャレンジ!!

[3] 放物線 $y=2x^2+6x$ を平行移動した曲線で，次の条件を満たす放物線をグラフにもつ２次関数を求めよ。

(1)　2点 (1，−4)，(2，0) を通る。

(2)　点 (1，3) を通り，その頂点が直線 $y=2x-3$ 上にある。

(1) 求める2次関数は、

$y=2x^2+bx+c$ とおける

点 (1, −4), (2, 0) を通るので

$$\begin{cases} -4=2+b+c \\ 0=8+2b+c \end{cases}$$

$b=-2,\ c=-4$

$y=2x^2-2x-4$

(2) 頂点が $y=2x-3$ 上にあるので 頂点 $(p, 2p-3)$ とおける

また、$y=2x^2+6x$ を平行移動しているので $y=2(x-p)^2+2p-3$

とおける。

点 (1, 3) を通るので

$3=2(1-p)^2+2p-3$

$p^2-p-2=0$

$(p-2)(p+1)=0$

$p=2, -1$

$p=2$ のとき $y=2(x-2)^2+1$

$p=-1$ のとき $y=2(x+1)^2-5$

よって

$y=2(x-2)^2+1$

と

$y=2(x+1)^2-5$

[4] 3点 (1,3),(−3,3),(2,8) を通る2次関数を求めよ。

点 (1, 3), (−3, 3) を通るので、

求める2次関数は、$y=3$ と $x=1, -3$ で交点をもつ

ここで、求める2次関数を $y=f(x)$ とおくと、

$y=f(x)$ は、$y=3$ と $x=1, -3$ で交点をもつということである。

[（補足） $f(x)=3$ を解くと、$x=1, -3$ になる
つまり $f(x)-3=0$ の解が $x=1, -3$]

すなわち $f(x)-3=a(x-1)(x+3)$ とおける

ここがポイント!!

よって $y=f(x)=a(x-1)(x+3)+3$

これが (2, 8) を通るので

$8=a\cdot 1\cdot 5+3$

$a=1$

よって

$y=(x-1)(x+3)+3$

$=x^2+2x$

$y=x^2+2x$

＜今日のふりかえり＞

2次関数の決定のキホン

① 3点代入

② 軸・頂点の活用

ただし、[2]や[4]のように

式を工夫することも大切!!