1 周囲の長さが 24 cm である長方形について，次の問いに答えよ。

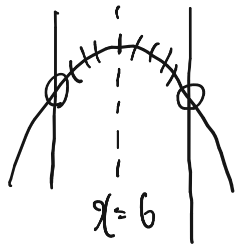
(1)　この長方形の面積の最大値を求めよ。また，このとき，長方形はどのような形か。

(2)　この長方形の対角線を 1 辺とする正方形の面積の最小値を求めよ。

(1) 長方形のたてを x cm とすると、よこは $\frac{24-2x}{2}=12-x$ (cm) である。　定義域のチェックを忘れない!!

また、$x>0$, $12-x>0$ より $0<x<12$ 。面積 y cm^2 とすると

$y=x(12-x)=-x^2+12x=-(x-6)^2+36$



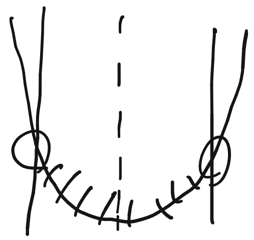
$0<x<12$ より $x=6$ のとき最大値 36

以上より 1辺6cmの正方形のとき最大値 36 cm^2

(2) 対角線 z とすると、

$z^2=x^2+(12-x)^2$

また、正方形の面積 S とすると、



$x=6$

$S=z^2=x^2+(12-x)^2$

$=2x^2-24x+144$

$S=2(x-6)^2+72$

$x=6$ のとき最小値 72

以上より

72 cm^2

2 (1)　$2x+y=1$ のとき，x^2+y^2 の最小値を求めよ。

(2)　$x+2y+3=0$ のとき，xy の最大値を求めよ。

(1) $2x+y=1$ より

$y=1-2x$

代入しやすい文字で整理する!!

$x^2+y^2=x^2+(1-2x)^2$

$=x^2+1-4x+4x^2$

$=5x^2-4x+1$

$=5\left(x-\frac{2}{5}\right)^2+\frac{1}{5}$

$x=\frac{2}{5}$ のとき最小値，$y=1-2\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

以上より $x=\frac{2}{5}$, $y=\frac{1}{5}$ のとき最小値 $\frac{1}{5}$

(2) $x+2y+3=0$ より

$x=-2y-3$

$xy=(-2y-3)\times y$

$=-2y^2-3y$

$=-2\left(y+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$

$y=-\frac{3}{4}$ のとき最大値 $\frac{9}{8}$

$x=-2\cdot\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{2}$

以上より

$x=-\frac{3}{2}$, $y=-\frac{3}{4}$ のとき

最大値 $\frac{9}{8}$

$\boxed{3}$ $x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x+y=4$ のとき，x のとりうる値の範囲を求めよ。また，x^2+2y^2 の最大値と最小値を求めよ。

$x+y=4$ より　　$y \geqq 0$ より $4-x \geqq 0$，$x \leqq 4$

$y=4-x$　　（したがって $0 \leqq x \leqq 4$

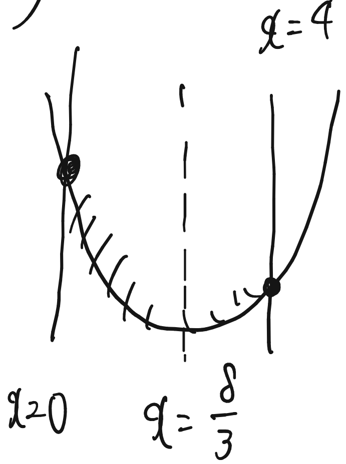
定義域チェック．

$x^2+2y^2 = x^2+2(4-x)^2$

$= x^2+2(16-8x+x^2)$

$= 3x^2-16x+32$

$= 3\left(x-\frac{8}{3}\right)^2+\frac{32}{3}$



$0 \leqq x \leqq 4$ のとき

$x=0$ で最大値 32

$x=\frac{8}{3}$ で最小値 $\frac{32}{3}$

また，$x=0$ のとき $y=4-0=4$

$x=\frac{8}{3}$ のとき $y=4-\frac{8}{3}=\frac{4}{3}$

以上より

$x=0$，$y=4$ のとき 最大値 32

$x=\frac{8}{3}$，$y=\frac{4}{3}$ のとき 最小値 $\frac{32}{3}$

<今日のふりかえり>