$\boxed{2}$, $\boxed{3}$ については、$\{a_n\}$ の階差数列を $\{b_n\}$ とする。

$\boxed{1}$ 次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

1, 2, 5, 14, 41, ……

$\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ とする

b_n : 1, 3, 9, 27, …

$\{b_n\}$ は、初項1、公比3 の等比数列

$b_n = 1 \cdot 3^{n-1}$, $b_n = 3^{n-1}$

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 3^{k-1}$$

$$= 1 + \frac{1 \cdot (3^{n-1} - 1)}{3-1}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \cdot 3^{n-1} - \frac{1}{2}$$

$$a_n = \frac{1}{2}(3^{n-1} + 1)$$

また、$n=1$ のとき

$a_1 = \frac{1}{2} \cdot (1+1) = 1$ となり成立

$$a_n = \frac{1}{2}(3^{n-1}+1)$$

$\boxed{2}$ 階差数列を利用して、次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　1, 5, 13, 25, 41, ……　　×(2)　5, 7, 11, 19, 35, ……

(3)　1, 2, 6, 15, 31, ……　　(4)　2, 9, 20, 35, 54, ……

(1) b_n : 4, 8, 12, 16, …

$\{b_n\}$ は初項4、公差4の等差数列

$b_n = 4 + (n-1) \times 4$

$b_n = 4n$

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 4k$$

$$= 1 + 4 \cdot \frac{1}{2}(n-1) \times n$$

$$a_n = 2n^2 - 2n + 1$$

$n=1$ のとき

$a_1 = 2 - 2 + 1$

$= 1$ となり成立

$$a_n = 2n^2 - 2n + 1$$

(3) b_n : 1, 4, 9, 16

$b_n = n^2$

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} k^2$$

$$= 1 + \frac{1}{6}(n-1)n(2n-1)$$

$$a_n = \frac{1}{6}(2n^3 - 3n^2 + n + 6)$$

$n=1$ のとき

$a_1 = \frac{1}{6}(2 - 3 + 1 + 6)$

$a_1 = 1$ となり成立

$$a_n = \frac{1}{6}(2n^3 - 3n^2 + n + 6)$$

(4) b_n : 7, 11, 15, 19

$b_n = 7 + (n-1) \times 4$

$b_n = 4n + 3$

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} (4k+3)$$

$$= 2 + 4 \cdot \frac{1}{2}(n-1)n + 3(n-1)$$

$$a_n = 2n^2 + n - 1$$

$n=1$ のとき

$a_1 = 2 + 1 - 1 = 2$

となり成立

$$a_n = 2n^2 + n - 1$$

3 数列 3，4，7，16，35，68，…… を $\{a_n\}$ とし，その階差数列を $\{b_n\}$ とする。

(1)　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) b_n : 1, 3, 9, 19, 33, ---

$\{b_n\}$の階差数列$\{c_n\}$とする

c_n : 2, 6, 10, 14

$c_n = 2+(n-1)\times 4$

$c_n = 4n-2$

$n \geqq 2$のとき

$b_n = 1+\sum_{k=1}^{n-1}(4k-2)$

$= 1+4\cdot\frac{1}{2}(n-1)\cdot n - 2(n-1)$

$= 1+2n^2-2n-2n+2$

$b_n = 2n^2-4n+3$

$n=1$のとき

$b_1 = 2-4+3$

$= 1$

となり成立

$b_n = 2n^2-4n+3$

(2) $n \geqq 2$のとき

$a_n = 3+\sum_{k=1}^{n-1}(2k^2-4k+3)$

$= 3+2\cdot\frac{1}{6}(n-1)n(2n-1)-4\cdot\frac{1}{2}(n-1)\cdot n+3(n-1)$

$a_n = \frac{1}{3}n(2n^2-9n+16)$

$n=1$のとき

$a_1 = \frac{1}{3}\cdot 1\cdot(2-9+16)$

$= 3$　となり成立

$a_n = \frac{1}{3}n(2n^2-9n+16)$

<今日のふりかえり>