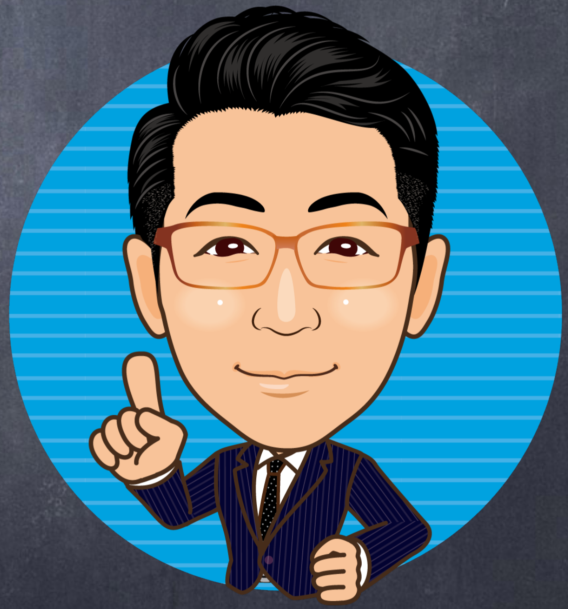
階差数列基本

教科書 p.91,92



○階差数列とは…の

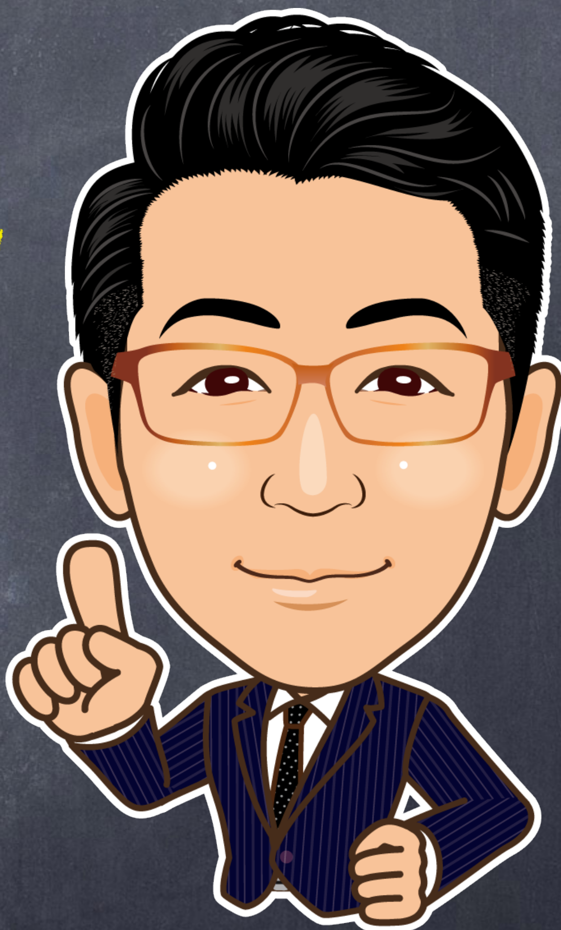
$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ \cdots,\ a_{n-1},\ a_n$$

$$b_1 \quad b_2 \quad b_3 \quad b_4 \quad \quad b_{n-1}$$

$\{a_n\}$に対して、$a_n - a_{n-1} = b_{n-1}$ を

項にもつ数列$\{b_n\}$を

$\{a_n\}$の階差数列という $(n \geqq 2)$



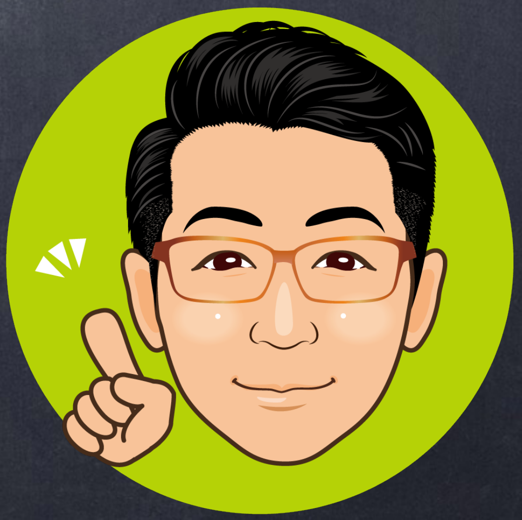
(ex) $\{a_n\}$と$\{b_n\}$を利用して考えてみる!!

a_n : $1,\ 3,\ 7,\ 13,\ \cdots,\ a_n = ?$

b_n : $2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots,\ b_n = 2n$

<ポイント>

$\{a_n\}$の一般項はすぐわからないが、
階差の$\{b_n\}$の一般項はわかる!!



・しくみの理解 ⇒ 公式化!!

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{n-1},\ a_n$$

$$b_1 \quad b_2 \quad \cdots\cdots \quad b_{n-1}$$

$$a_2 - a_1 = b_1$$
$$a_3 - a_2 = b_2$$
$$\vdots$$
$$+)\ a_n - a_{n-1} = b_{n-1}$$
$$a_n - a_1 = b_1 + \cdots + b_{n-1}$$

よって

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad (n \geqq 2)$$

暗記!!

$(ex)\ \boxed{1,\ 3,\ 7,\ 13,\ 21,\ \cdots,\ a_n}$

$\{a_n\}$の階差を$\{b_n\}$とすると.

$b_n = 2n$ である.

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k$$

$$= 1 + 2 \times \frac{1}{2}(n-1) \times n$$

$$= n^2 - n + 1$$

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = n^2 - n + 1$$

また, $n = 1$ のとき

$a_1 = 1^2 - 1 + 1 = 1$ となり

$a_1 = 1$ をみたす.

よって

$$a_n = n^2 - n + 1$$