

2-18 2次不等式発展①

1 次の条件を満たすように、定数  $m$  の値の範囲を定めよ。

- (1) 2次方程式  $x^2 + mx + m = 0$  が異なる2つの実数解をもつ。
- (2) 2次方程式  $x^2 + (m-1)x + 2m-1 = 0$  が実数解をもたない。

(1)  $x^2 + mx + m = 0$  の  
判別式  $D$  をとる

$$D = m^2 - 4m$$

異なる2つの実数解をもつ

$$D < 0$$

$$m^2 - 4m < 0$$

$$m(m-4) < 0$$

$$0 < m < 4$$

(2)  $x^2 + (m-1)x + 2m-1 = 0$  の  
判別式  $D$  をとる

$$D = (m-1)^2 - 4(2m-1)$$

$$= m^2 - 2m + 1 - 8m + 4$$

$$D = m^2 - 10m + 5$$

実数解をもたない  $D < 0$

$$m^2 - 10m + 5 < 0$$

$$5 - 2\sqrt{5} < m < 5 + 2\sqrt{5}$$

2 次の条件を満たすように、定数  $m$  の値の範囲を定めよ。

- (1) 2次関数  $y = x^2 - (m+2)x + 2(m+2)$  のグラフが  $x$  軸と共有点をもつ。

$x^2 - (m+2)x + 2(m+2) = 0$  の判別式  $D$  をとる

$$D = (m+2)^2 - 4 \cdot 2(m+2)$$

$$= m^2 + 4m + 4 - 8m - 16$$

$$= m^2 - 4m - 12$$

$x$  軸と共有点をもつ

$$D \geq 0$$

$$m^2 - 4m - 12 \geq 0$$

$$(m-6)(m+2) \geq 0$$

$$m \leq -2, 6 \leq m$$

3 次の条件を満たすように、定数  $a, b, c$  の値を、それぞれ定めよ。

- (1) 2次不等式  $ax^2 + bx + 6 > 0$  の解が  $-1 < x < 2$
- (2) 2次不等式  $x^2 + bx + c > 0$  の解が  $x < -2, 1 < x$
- (3) 2次不等式  $ax^2 + 2x + c < 0$  の解が  $-3 < x < 1$

(1)  $ax^2 + bx + 6 > 0$  の解が  $-1 < x < 2$  である



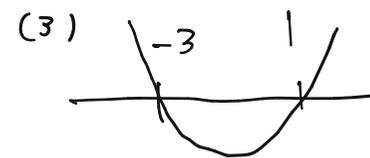
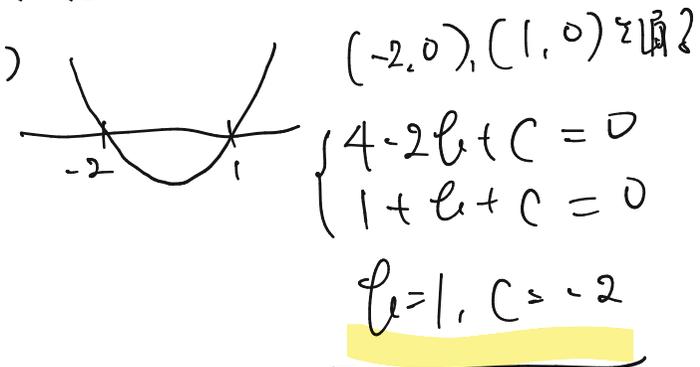
つまり  $a < 0$  であり  
 $(-1, 0), (2, 0)$  を通る

$$\begin{cases} a - b + 6 = 0 \\ 4a + 2b + 6 = 0 \end{cases}$$

$$a = -3, b = 3$$

つまり  $a < 0$  である

$$a = -3, b = 3$$



$a > 0$  であり  $(-3, 0), (1, 0)$  を通る

$$\begin{cases} 9a - 6 + c = 0 \\ a + 2 + c = 0 \end{cases}$$

$$a = 1, c = -3$$

つまり  $a > 0$  である

$$a = 1, c = -3$$

4 次の条件を満たすように、定数  $m$  の値の範囲を定めよ。

- (1) 2次不等式  $x^2 - mx + m + 1 > 0$  の解がすべての実数である。
- (2) 2次不等式  $-x^2 + 2mx - m - 6 > 0$  の解がない。

(1)  $y = x^2 - mx + m + 1$  とおく  
 $y > 0$  の解がすべての実数であるとは、  
 可なり



$x$  軸と共有点をたずねるには  
 $x^2 - mx + m + 1 = 0$  の判別式  $D$

$$D = m^2 - 4(m+1) = m^2 - 4m - 4$$

$D < 0$  とおけばいい

$$m^2 - 4m - 4 < 0$$

$$m^2 - 4m - 4 = 0 \text{ とおくと}$$

$$m = 2 \pm \sqrt{4+4}$$

$$= 2 \pm 2\sqrt{2}$$

∴

$$2 - 2\sqrt{2} < m < 2 + 2\sqrt{2}$$

(2)  $x^2 - 2mx + m + 6 < 0$   
 $y = x^2 - 2mx + m + 6$  とおく  
 $y < 0$  の解がない



可なり

$x$  軸と共有点 | 1個 可なり  
 共有点なし

$x^2 - 2mx + m + 6 = 0$  の判別式  $D/4$

$$D/4 = m^2 - (m+6)$$

$$= m^2 - m - 6$$

$D/4 \leq 0$  とおけばいい

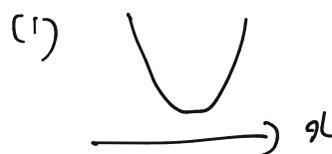
$$m^2 - m - 6 \leq 0$$

$$(m-3)(m+2) \leq 0$$

$$-2 \leq m \leq 3$$

5 次の条件を満たすように、定数  $m$  の値の範囲を定めよ。

- (1) 2次関数  $y = x^2 - 2mx + 3m - 2$  において、 $y$  の値が常に正である。
- (2) 2次関数  $y = mx^2 + 4x + m - 3$  において、 $y$  の値が常に負である。



$x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$   
 の判別式  $D/4$

$D/4 < 0$  とおけばいい

$$D/4 = m^2 - (3m-2) < 0$$

$$m^2 - 3m + 2 < 0$$

$$(m-1)(m-2) < 0$$

$$1 < m < 2$$

<今日のふりかえり>



$m < 0$  とおき  $mx^2 + 4x + m - 3 = 0$   
 の判別式  $D/4$   
 $D/4 < 0$  とおけばいい

$$D/4 = 4 - m(m-3) < 0$$

$$4 - m^2 + 3m < 0$$

$$m^2 - 3m - 4 > 0$$

$$(m-4)(m+1) > 0$$

$$m < -1, 4 < m$$

$m < 0$  とおくと

$$m < -1$$