※解答の文中において"〜の方程式の判別式Dとする"を省略します。本来は必要なので、しっかりと書いて下さい。

1 次の２次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1)　$x^2+2x+5=0$　(2)　$-2x^2-5x+1=0$　(3)　$3x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

(1) $D/4=1^2-5$
$=-4<0$
$D/4<0$ より
0個

(2) $D=(-5)^2-4\cdot(-2)\cdot1$
$=25+8=33>0$
$D>0$ より
2個

(3) $D/4=(-\sqrt{3})^2-3\cdot1$
$=3-3=0$
$D/4=0$ より
1個

2 次の２次方程式が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

＜mをもとめる＞　＜公式で利用＞

(1)　$x^2-6x+2m+1=0$　(2)　$x^2+mx+m+3=0$

(1) $D/4=(-3)^2-1\cdot(2m+1)$
$=9-2m-1$
$D/4=-2m+8$
重解をもつので $D/4=0$ であればよい
$-2m+8=0$, $m=4$
また，$m=4$ のとき
$x^2-6x+9=0$
$(x-3)^2=0$, $x=3$
以上より
$m=4$，重解 $x=3$

(2) $D=m^2-4(m+3)$
$=m^2-4m-12$
重解をもつので $D=0$ であればよい
$m^2-4m-12=0$
$(m-6)(m+2)=0$
$m=6, -2$
$x^2+mx+m+3=0$ について
重解となるとき
$x=\frac{-m}{2}$ なので，
$m=6$ のとき重解 $x=-3$
$m=-2$ のとき重解 $x=1$

3 次の条件を満たすように，定数 m の値の範囲を定めよ。

(1)　２次方程式 $x^2+4x+m=0$ が異なる２つの実数解をもつ。

(2)　２次方程式 $2x^2-3x+m-1=0$ が実数解をもたない。

(3)　２次方程式 $3x^2+6x+2m-1=0$ が実数解をもつ。

(1) $D/4=2^2-1\cdot m$
$=4-m$
異なる２つの実数解をもつので
$D/4>0$，$4-m>0$
$m<4$

(2) $D=(-3)^2-4\cdot2\cdot(m-1)$
$=9-8m+8$
$D=-8m+17$
実数解をもたないので
$D<0$，$-8m+17<0$
$m>\frac{17}{8}$

(3) $D/4=3^2-3\cdot(2m-1)$
$=9-6m+3$
$=-6m+12$
実数解をもつので
$D/4\geqq0$
$-6m+12\geqq0$
$m\leqq2$

異なる２つの実数解	$D>0$
重解	$D=0$
実数解なし	$D<0$
実数解をもつ	$D\geqq0$

4 xの２次方程式 $x^2+2x+m=0$ の実数解の個数を求めよ。

$x^2+2x+m=0$ の判別式 $D/4$ とおく

$D/4=1^2-1\cdot m$

$D/4=1-m$

(i) $D/4>0$ のとき

$1-m>0$

$m<1$

(ii) $D/4=0$ のとき

$1-m=0$

$m=1$

(iii) $D/4<0$ のとき

$1-m<0$

$1<m$

(i), (ii), (iii) より

$m<1$ のとき 2個

$m=1$ のとき 1個

$m>1$ のとき 0個

5 (1)　２次方程式 $2x^2+5kx+3k^2=0$ が $x=-2$ を解にもつとき，定数 k の値を求めよ。また，他の解も求めよ。

(2)　２次方程式 $x^2+3\sqrt{2}\,x+k-2=0$ が異なる２つの実数解をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ。

(1) $x=-2$ が $2x^2+5kx+3k^2=0$ の解なので，

$2\cdot4+5k\cdot(-2)+3k^2=0$

$3k^2-10k+8=0$

$(k-2)(3k-4)=0$

$k=2,\ \frac{4}{3}$

(i) $k=2$ のとき

$2x^2+10x+12=0$

$x^2+5x+6=0$

$(x+2)(x+3)=0$

$x=-2,-3$

(ii) $k=\frac{4}{3}$ のとき

$2x^2+5\cdot\frac{4}{3}x+3\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2=0$

$(\times3)$

$6x^2+20x+16=0$

$3x^2+10x+8=0$

$(3x+4)(x+2)=0$

$x=-2,\ -\frac{4}{3}$

(i), (ii) より $k=2$ のとき 他の解 -3

$k=\frac{4}{3}$ のとき 他の解 $-\frac{4}{3}$

(2) $x^2+3\sqrt{2}x+k-2=0$ の判別式 D とする

$D=(3\sqrt{2})^2-4\cdot1\cdot(k-2)$

$=18-4k+8$

$=-4k+26$

異なる２つの実数解をもつので

$-4k+26>0$

$k<\frac{13}{2}$

$k<\frac{13}{2}$

＜今日のふりかえり＞