1 ベクトルの分解について特徴をまとめよ。

＜たし算の分解＞

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

$= \overrightarrow{A\square} + \overrightarrow{\square B}$

AとBの間に経由地点を入れる

しりとりのイメージ

＜ひき算の分解＞

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$

$= \overrightarrow{\square B} - \overrightarrow{\square A}$

うしろ　まえ

始点をそろえる!!

2 四角形 ABCD において $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AD}$ が成り立つとき，四角形 ABCD は平行四辺形であることを証明せよ。

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AD}$ より

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ より

$BC = AD$, $BC \parallel AD$ である

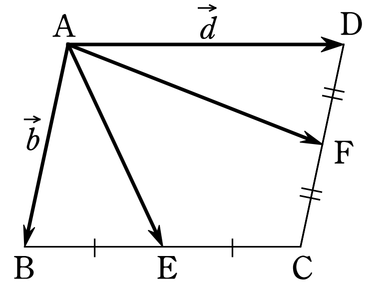
すなわち

四角形ABCDは平行四辺形

3 平行四辺形 ABCD の辺 BC，CD の中点をそれぞれ E，F とする。また，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。

(1) $\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}$ をそれぞれ $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

(2) $\vec{b}$，$\vec{d}$ をそれぞれ $\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}$ を用いて表せ。



(1) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$

$= \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{d}$

$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \vec{d} + \frac{1}{2}\vec{b}$

(2) (1) より

$$\begin{cases} \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{d} = \overrightarrow{AE} & \cdots ① \\ \vec{d} + \frac{1}{2}\vec{b} = \overrightarrow{AF} & \cdots ② \end{cases}$$

① − ② × 2 より

$\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{d} = \overrightarrow{AE}$

$-)\ 2\vec{d} + \vec{b} = 2\overrightarrow{AF}$

$-\frac{3}{2}\vec{d} = \overrightarrow{AE} - 2\overrightarrow{AF}$

$\vec{d} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AF} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$

①へ代入

$\vec{b} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AF} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AE}$

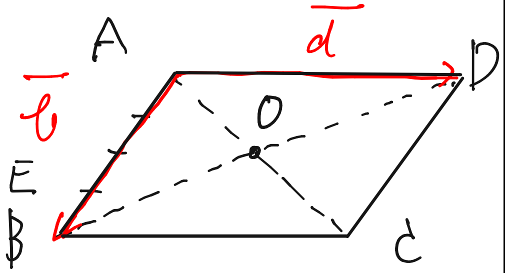
$\vec{b} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AF} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AE}$

$\vec{b} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AF} + \frac{4}{3}\overrightarrow{AE}$

$\vec{d} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AF} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$

4 平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O，辺 AB を 4 等分する点のうち B に最も近い点を E とし，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OE}$ を $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

<ポイント>
始点をAにそろえる



(1) $\overrightarrow{OA}=-\overrightarrow{AO}$

$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$=-\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{d})$

(2) $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AO}$

$=\vec{b}-\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{d})$

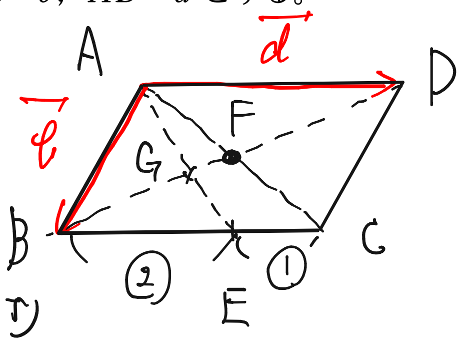
$\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{d})$

(3) $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AO}$

$=\frac{3}{4}\vec{b}-\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{d})$

$=\frac{1}{4}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{d}$

5 平行四辺形 ABCD において，辺 BC を 2：1 に内分する点を E，対角線 AC，BD の交点を F，線分 AE，BD の交点を G とし，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とする。$\overrightarrow{AE}$，$\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{GC}$ をそれぞれ $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。



$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BE}$

$=\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{d}$

$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

$=\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{d})$

メネラウスの定理より

$\frac{FC}{AF}\times\frac{BE}{CB}\times\frac{GA}{EG}=1$

$\frac{1}{1}\times\frac{2}{3}\cdot\frac{GA}{EG}=1$

$\frac{GA}{EG}=\frac{3}{2}$

つまり

AG : GE = 3 : 2

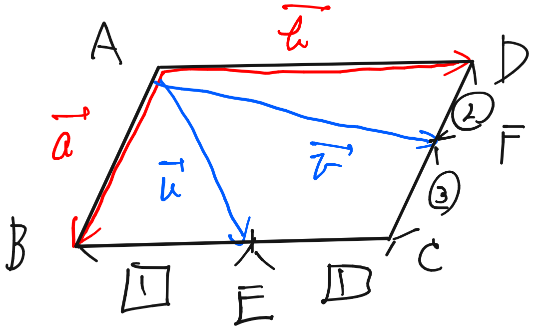
$\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AG}$

$=\overrightarrow{AC}-\frac{3}{5}\overrightarrow{AE}$

$=\vec{b}+\vec{d}-\frac{3}{5}\left(\vec{b}+\frac{2}{3}\vec{d}\right)$

$\overrightarrow{GC}=\frac{2}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{d}$

6 平行四辺形 ABCD の辺 BC の中点を E，辺 CD 上の点で CF : FD = 3：2 を満たす点を F とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AE}=\vec{u}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{v}$ とするとき，$\vec{a}$，$\vec{b}$ を $\vec{u}$，$\vec{v}$ を用いて表せ。



$\vec{u}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$ …①

$\vec{v}=\vec{b}+\frac{2}{5}\vec{a}$ …②

一旦作る。

①より

$2\vec{u}=2\vec{a}+\vec{b}$

$-)\ \vec{v}=\frac{2}{5}\vec{a}+\vec{b}$

$2\vec{u}-\vec{v}=\frac{8}{5}\vec{a}$

$\vec{a}=\frac{5}{4}\vec{u}-\frac{5}{8}\vec{v}$

解きなおす

②へ代入

$\vec{v}=\vec{b}+\frac{2}{5}\left(\frac{5}{4}\vec{u}-\frac{5}{8}\vec{v}\right)$

$\vec{v}=\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{u}-\frac{1}{4}\vec{v}$

$\vec{b}=-\frac{1}{2}\vec{u}+\frac{5}{4}\vec{v}$

$\vec{a}=\frac{5}{4}\vec{u}-\frac{5}{8}\vec{v}$

$\vec{b}=-\frac{1}{2}\vec{u}+\frac{5}{4}\vec{v}$

<今日のふりかえり>

6 <ポイント>
一旦、作りやすいベクトルの関係式を作り、
その後、必要なベクトルに作りなおす。