1 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=1,\ a_2=5,\ a_{n+2}-7a_{n+1}+12a_n=0$$

$$\left(\begin{array}{c}\alpha^2-7\alpha+12=0\\(\alpha-3)(\alpha-4)=0\\\alpha=3,4\end{array}\right)$$

$$\begin{cases} a_{n+2}-3a_{n+1}=4(a_{n+1}-3a_n) & \cdots ① \\ a_{n+2}-4a_{n+1}=3(a_{n+1}-4a_n) & \cdots ② \end{cases}$$

①において

$a_2-3a_1=2$

$a_{n+1}-3a_n=2\cdot 4^{n-1}$ $\cdots ①'$

②において

$a_2-4a_1=1$

$a_{n+1}-4a_n=1\cdot 3^{n-1}$ $\cdots ②'$

①'－②'より

$$a_n=2\cdot 4^{n-1}-3^{n-1}$$

2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=2,\ a_2=5,\ a_{n+2}-5a_{n+1}+6a_n=0$$

$$\left(\begin{array}{c}\alpha^2-5\alpha+6=0\\(\alpha-2)(\alpha-3)=0\\\alpha=2,3\end{array}\right)$$

$$\begin{cases} a_{n+2}-2a_{n+1}=3(a_{n+1}-2a_n) & \cdots ① \\ a_{n+2}-3a_{n+1}=2(a_{n+1}-3a_n) & \cdots ② \end{cases}$$

①において

$a_2-2a_1=1$

$a_{n+1}-2a_n=1\cdot 3^{n-1}$ $\cdots ①'$

②において

$a_2-3a_1=-1$

$a_{n+1}-3a_n=-1\times 2^{n-1}$ $\cdots ②'$

①'－②'より

$$a_n=3^{n-1}+2^{n-1}$$

3 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$a_1=0$，$a_2=3$，$a_{n+2}+a_{n+1}-2a_n=0$

$$\left(\begin{array}{c}\alpha^2+\alpha-2=0\\(\alpha+2)(\alpha-1)=0\\\alpha=1,\ -2\end{array}\right)$$

$$\begin{cases}a_{n+2}+2a_{n+1}=a_{n+1}+2a_n & \cdots ①\\ a_{n+2}-a_{n+1}=-2(a_{n+1}-a_n) & \cdots ②\end{cases}$$

①において

$a_2+2a_1=3$

$a_{n+1}+2a_n=3 \quad \cdots ①'$

②において

$a_2-a_1=3$

$a_{n+1}-a_n=3\cdot(-2)^{n-1} \quad \cdots ②'$

①′－②′より

$3a_n=3-3\cdot(-2)^{n-1}$

$a_n=1-(-2)^{n-1}$

4 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$a_1=0$，$a_2=3$，$a_{n+2}+a_{n+1}-2a_n=0$

3 ①′のみで解く

①′より

$a_{n+1}=-2a_n+3$

$\left(\begin{array}{l}\alpha=-2\alpha+3\\\alpha=1\end{array}\right)$

$a_{n+1}-1=-2(a_n-1)$

$a_1-1=-1$

$a_n-1=-1\times(-2)^{n-1}$

$a_n=1-(-2)^{n-1}$

＜特性タイプ＞

3 ②′のみで解く

$a_{n+1}-a_n=3\cdot(-2)^{n-1}$ より

$n\geqq2$ のとき

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}3\cdot(-2)^{k-1}$

$=0+\dfrac{3\{1-(-2)^{n-1}\}}{1-(-2)}$

$a_n=1-(-2)^{n-1}$

$n=1$ のとき

$a_1=1-1=0$ となり成立

$a_n=1-(-2)^{n-1}$

＜階差タイプ＞

＜今日のふりかえり＞

3項間漸化式は、
必ず2つ解かなくても
状況によっては、
①特性方程式タイプ
②階差タイプ ③指数おまかせタイプ
になることがある