

3-5 等比数列の一般項

1 次のような等比数列の初項から第5項までを書け。

(1) 初項5, 公比2

(2) 初項9, 公比 $-\frac{1}{3}$

$$a_1 = 5, a_2 = 10$$

$$a_1 = 9, a_2 = -3$$

$$a_3 = 20, a_4 = 40$$

$$a_3 = 1, a_4 = -\frac{1}{3}$$

$$a_5 = 80$$

$$a_5 = \frac{1}{9}$$

2 次の等比数列の公比を求めよ。また、 に適する数を求めよ。

(1) 2, 6, 18, , ,

(2) , 2, $-2\sqrt{2}$, ,

$$r = \frac{18}{6} = 3$$

$$r = \frac{-2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$$

3 次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、第6項を求めよ。

(1) 初項7, 公比2

(2) 初項1, 公比 $-\frac{1}{4}$

(3) 初項-5, 公比 $\frac{2}{3}$

(4) -3, 9, -27, 81,

(5) -1, $-\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{25}$, $-\frac{1}{125}$,

$$(1) a_n = 7 \cdot 2^{n-1}$$

$$(2) a_n = 1 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$a_6 = 7 \cdot 2^5 = 7 \cdot 32$$

$$a_n = \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$a_6 = \left(-\frac{1}{4}\right)^5 = -\frac{1}{1024}$$

$$a_6 = 224$$

$$(3) a_n = (-5) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$(4) a_1 = -3, r = -3$$

$$a_n = (-3) \cdot (-3)^{n-1}$$

$$a_6 = (-5) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^5 = -5 \cdot \frac{32}{243}$$

$$a_n = (-3)^n$$

$$a_6 = (-3)^6 = 9^3 = 729$$

$$a_6 = -\frac{160}{243}$$

$$a_6 = -\left(\frac{1}{5}\right)^5$$

$$(5) a_1 = -1, r = \frac{1}{5}$$

$$a_n = -1 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$a_6 = -\frac{1}{3125}$$

$$a_n = -\left(\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

4 第3項が36, 第5項が324で, 各項が正の数である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ。
また, 一般項を求めよ。

各項が正の数

$a_1 > 0, r > 0$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{cases} 36 = a_1 r^2 & \dots (1) \\ 324 = a_1 r^4 & \dots (2) \end{cases}$$

(2) \div (1) $r > 0$ のため

$$a_1 r^2 \times r^2 = 324 \quad r = 3$$

(1) \div 代入 (1) \wedge 代入

$$36 r^2 = 324 \quad 36 = 9a_1$$

$$r^2 = 9 \quad a_1 = 4$$

$r = \pm 3$ 初項4, 公比3

$$a_n = 4 \cdot 3^{n-1}$$

5 第4項が-40, 第6項が-160である等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

初項 a_1 , 公比 r とする

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{cases} -40 = a_1 r^3 & \dots (1) \\ -160 = a_1 r^5 & \dots (2) \end{cases}$$

(2) \div (1) $r^2 = 4$

(1) \div 代入 $r = \pm 2$

$$-40 r^2 = -160$$

$$r = 2 \text{ あるいは } 3$$

$$r = -2 \text{ あるいは } 2$$

(1) \div (1) \div (1)

$$a_1 = -5$$

(1) \div (1) \div (1)

$$a_1 = 5$$

$$a_n = 5 \cdot (-2)^{n-1}$$

$$a_n = -5 \cdot 2^{n-1}$$

6 第2項が-8, 第5項が512である等比数列 $\{a_n\}$ の初項と公比を求めよ。ただし, 公比は実数とする。

初項 a_1 , 公比 r とする

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{cases} -8 = a_1 r & \dots (1) \\ 512 = a_1 r^4 & \dots (2) \end{cases}$$

(2) \div (1)

$$a_1 r \times r^3 = 512$$

(1) \div 代入

$$-8 r^3 = 512$$

$$r^3 = -64$$

r は実数 $r = -4$

$$r = -4 \text{ あるいは } 2$$

(1) \div (1)

$$a_1 = 2$$

初項2,

公比-4

7 初項が2, 公比が3である等比数列 $\{a_n\}$ において, 初めて1000より大きくなるのは第何項か。

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$2 \cdot 3^{n-1} > 1000$$

$$3^{n-1} > 500$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729 \text{ となる}$$

$$n = 7 \text{ となる}$$

$$3^{n-1} > 500 \text{ とみたす}$$

第7項

<今日のふりかえり>