1 次の式を，和の記号 $\sum$ を用いないで，各項を書き並べて書け。

(1) $\sum_{k=1}^{5} 2k$　(2) $\sum_{k=1}^{4} 3^{k+1}$　(3) $\sum_{i=3}^{n+1} \frac{1}{i}$

(1) $\sum_{k=1}^{5} 2k$

$= 2+4+6+8+10$

(2) $\sum_{k=1}^{4} 3^{k+1}$

$= 3^2+3^3+3^4+3^5$

(3) $\sum_{i=3}^{n+1} \frac{1}{i}$

$= \frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n+1}$

2 次の式を，和の記号 $\sum$ を用いて書け。

(1) $1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+n^3$　(2) $1+2+4+\cdots\cdots+2^{n-1}$

(3) $2+5+8+\cdots\cdots+29$

(1) $1^3+2^3+\cdots+n^3$

$= \sum_{k=1}^{n} k^3$

(2) $1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}$

$= \sum_{k=1}^{n} 2^{k-1}$

(3) $a_1=2,\ d=3$ の等差数列

$a_n = 2+(n-1)\times 3$

$a_n = 3n-1$

$3n-1 = 29$

$n = 10$

$2+5+\cdots+29$

$= \sum_{k=1}^{10} (3k-1)$

3 次の (1)，(2) の和を Σ を用いないで表せ。更に，(3)，(4) の和を Σ を用いて表せ。

(1) $\sum_{k=1}^{6} \frac{1}{3^{k-1}}$　(2) $\sum_{l=6}^{12} (l^2+1)$　(3) $3\cdot5+5\cdot7+7\cdot9+\cdots\cdots$（第 n 項までの和）

(4) $1-3+3^2-3^3+\cdots\cdots+3^{10}-3^{11}$

(1) $\sum_{k=1}^{6} \frac{1}{3^{k-1}} = \frac{1}{3^0}+\frac{1}{3^1}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{3^5}$

(2) $\sum_{l=6}^{12} (l^2+1) = (6^2+1)+(7^2+1)+(8^2+1)+(9^2+1)+\cdots+(12^2+1)$

(3) $3\cdot5+5\cdot7+7\cdot9+\cdots+(2n+1)\times(2n+3)$

$= \sum_{k=1}^{n} (2k+1)(2k+3)$

(4) $1-3+3^2-3^3+\cdots+3^{10}-3^{11}$

$= (-3)^0+(-3)^1+(-3)^2+(-3)^3+\cdots+(-3)^{10}+(-3)^{11}$

$= \sum_{k=1}^{12} (-3)^{k-1}$

4 次のシグマ記号で表される数列が、どのような数列の和なのかを考え、和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{n} 7^{k-1}$　(2) $\sum_{k=1}^{n} (-3)^k$　(3) $\sum_{k=1}^{n-1} 5^k$　(4) $\sum_{i=1}^{n+1} 2^{i+1}$

(1) $\sum_{k=1}^{n} 7^{k-1} = \underbrace{1+7+7^2+\cdots+7^{n-1}}$

初項1, 公比7, 項数nの等比

$= \dfrac{1\cdot(7^n-1)}{7-1} = \dfrac{7^n-1}{6}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} (-3)^k = \underbrace{(-3)+(-3)^2+\cdots+(-3)^n}$

初項−3, 公比−3, 項数nの等比

$= \dfrac{(-3)\{1-(-3)^n\}}{1-(-3)} = -\dfrac{3}{4}\{1-(-3)^n\}$

(3) $\sum_{k=1}^{n-1} 5^k = \underbrace{5+5^2+\cdots+5^{n-1}}$

初項5, 公比5, 項数n−1の等比

$= \dfrac{5(5^{n-1}-1)}{5-1} = \dfrac{5}{4}(5^{n-1}-1)$

(4) $\sum_{i=1}^{n+1} 2^{i+1} = \underbrace{2^2+2^3+\cdots+2^{n+2}}$

初項4, 公比2, 項数n+1の等比

$= \dfrac{4(2^{n+1}-1)}{2-1} = 4(2^{n+1}-1) = 2^{n+3}-4$

5 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{n} 4^k$　(2) $\sum_{k=1}^{n} 2^{k-1}$　(3) $\sum_{k=1}^{n-1} 6^k$

(1) $\sum_{k=1}^{n} 4^k = \underbrace{4+4^2+\cdots+4^n} = \dfrac{4(4^n-1)}{4-1} = \dfrac{4}{3}(4^n-1)$

初項4, 公比4, 項数n

(2) $\sum_{k=1}^{n} 2^{k-1} = 1+2+\cdots+2^{n-1} = \dfrac{1\cdot(2^n-1)}{2-1} = 2^n-1$

初項1, 公比2, 項数n

(3) $\sum_{k=1}^{n-1} 6^k = 6+6^2+\cdots+6^{n-1}$

初項6, 公比6, 項数n−1

$= \dfrac{6(6^{n-1}-1)}{6-1} = \dfrac{6}{5}(6^{n-1}-1)$

等比型シグマは、

並べて、初、公比、項数を確認する

$\Downarrow$

$\sum_{k=\bigcirc}^{\triangle} \boxed{}$　$\triangle-\bigcirc+1$ で項数はOK!!

＜今日のふりかえり＞