2－14　2次関数のグラフとx軸

※解答の文中において"〜の方程式の判別式Dとする"を省略します。本来は必要なのでしっかりと書いてください。

1 次の２次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(1)　$y=x^2-5x+6$　　(2)　$y=-x^2+8x-16$

(3)　$y=-x^2+3x+7$

(1)
$x^2-5x+6=0$
$(x-2)(x-3)=0$
$x=2,3$
よって
$(2,0),(3,0)$

(2)
$-x^2+8x-16=0$
$x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$
$x=4$
よって　$(4,0)$

(3)
$-x^2+3x+7=0$
$x^2-3x-7=0$
$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9+28}}{2}$
$=\dfrac{3\pm\sqrt{37}}{2}$

$\left(\dfrac{3+\sqrt{37}}{2},0\right)$, $\left(\dfrac{3-\sqrt{37}}{2},0\right)$

2 次の２次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

(1)　$y=x^2+5x+8$　　(2)　$y=2x^2-6x+3$　　(3)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2-2x-2$

(4)　$y=-x^2+3x-1$

(1)
$x^2+5x+8=0$
$D=25-32<0$
$D<0$ より
共有点０個

(2)
$2x^2-6x+3=0$
$D/4=9-6>0$
$D/4>0$ より
共有点２個

(3)
$-\frac{1}{2}x^2-2x-2=0$
$x^2+4x+4=0$
$D/4=4-4=0$
$D/4=0$ より　共有点１個

(4)
$-x^2+3x-1=0$
$x^2-3x+1=0$
$D=9-1>0$
$D>0$ より
共有点２個

3 次の２次関数のグラフが x 軸と接するとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

$y=x^2-mx+2m-3$

x軸との位置関係なので
$x^2-mx+2m-3=0$ を考える
$D=m^2-4(2m-3)$
$=m^2-8m+12$
接するので $D=0$
$m^2-8m+12=0$
$(m-6)(m-2)=0$, $m=2,6$

$m=6$のとき
$x^2-6x+9=0$
$(x-3)^2=0$
$x=3$

$m=2$のとき
$x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0$
$x=1$

以上より
$m=6$のとき 接点 $(3,0)$
$m=2$のとき 接点 $(1,0)$

4 2次関数 $y=-x^2+3x+m$ のグラフが次の条件を満たすとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1)　x 軸と異なる2点で交わる。　　(2)　x 軸と共有点をもたない。

$-x^2+3x+m=0$ の
判別式 D とする

$D=9-4\cdot(-1)\cdot m$
$=9+4m$

(1) 異なる2点で交わるので
$D>0$, $9+4m>0$
$m>-\frac{9}{4}$

(2) 共有点をもたないので
$D<0$. $9+4m<0$
$m<-\frac{9}{4}$

5 2次関数 $y=x^2-4x+5$ の頂点･軸を求めよ。

<解1>

$y=x^2-4x+5$
$=(x-2)^2-4+5$
$y=(x-2)^2+1$

頂点 $(2, 1)$
軸：直線 $x=2$

<解2>

$y=x^2-4x+5$ と $y=5$ の交点を考えると
$x^2-4x+5=5$
$x(x-4)=0$. $x=0, 4$
すなわち、軸は 直線 $x=2$
また $x=2$ のとき $y=4-8+5=1$
よって 頂点 $(2, 1)$

<解2>は
次回に向けた
かんたんな導入です。

<今日のふりかえり>