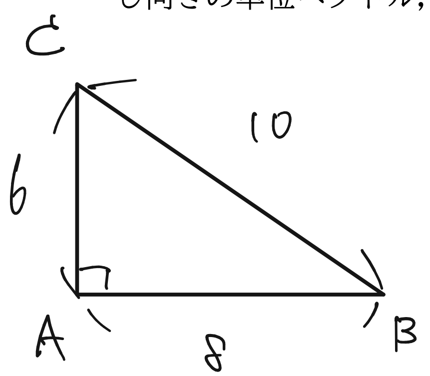
1　AB＝8，AC＝6，∠A＝90° である直角三角形 ABC において，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ とする。$\overrightarrow{BC}$ と同じ向きの単位ベクトル，および $\overrightarrow{BC}$ と反対向きの単位ベクトルをそれぞれ $\vec{b}$ を用いて表せ。



$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$　$|\vec{b}|=10$

同じ向きの単位ベクトル　$\frac{1}{10}\vec{b}$

反対向きの単位ベクトル　$-\frac{1}{10}\vec{b}$

2　(1)　$|\vec{a}|=7$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。

(2)　$|\vec{a}|=4$ のとき，$\vec{a}$ と反対向きで大きさが 2 のベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。

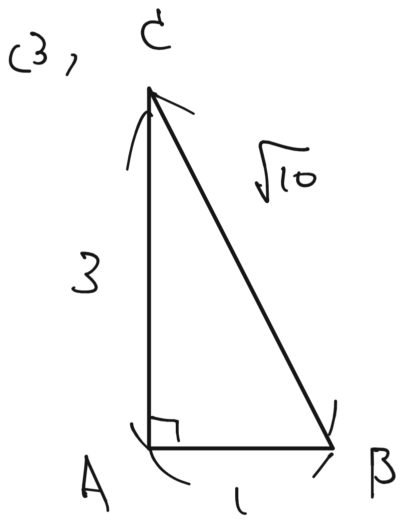
(3)　AB＝1，BC＝$\sqrt{10}$，∠A＝90° である直角三角形 ABC において，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とする。$\overrightarrow{AC}$ と平行な単位ベクトルを $\vec{c}$ を用いて表せ。

(1)　$\frac{1}{7}\vec{a}$

(2)　$\vec{a}$ と反対向きの単位ベクトル　$-\frac{\vec{a}}{4}$

〃　大きさが2のベクトル　$-\frac{1}{2}\vec{a}$

(3)



$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$，　$|\vec{c}|=3$

平行な単位ベクトル

$\pm\frac{1}{3}\vec{c}$

3　$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とする。$\overrightarrow{OP}=3\vec{a}-\vec{b}$，$\overrightarrow{OQ}=\vec{a}+\vec{b}$ であるとき，$\overrightarrow{PQ}\parallel\overrightarrow{AB}$ を示せ。ただし，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$ で，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ は平行でないものとする。

$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}$

$=\vec{a}+\vec{b}-(3\vec{a}-\vec{b})$

$=-2\vec{a}+2\vec{b}=2(\vec{b}-\vec{a})$ …①

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\vec{b}-\vec{a}$ …②

①、②より

$\overrightarrow{PQ}=2\overrightarrow{AB}$

また，$\overrightarrow{AB}\neq\vec{0}$，$\overrightarrow{PQ}\neq\vec{0}$

より

$\overrightarrow{PQ}\parallel\overrightarrow{AB}$ である。

4　(1)　$\overrightarrow{OA}=2\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=3\vec{b}$，$\overrightarrow{OP}=6\vec{b}-4\vec{a}$ であるとき，$\overrightarrow{OP}\parallel\overrightarrow{AB}$ であることを示せ。ただし，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ とする。

(2)　$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OP}=3\vec{a}-2\vec{b}$，$\overrightarrow{OQ}=3\vec{a}$ であるとき，$\overrightarrow{PQ}\parallel\overrightarrow{OB}$ であることを示せ。ただし，$\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$\vec{a}\not\parallel\vec{b}$ とする。

(1)　$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

$=3\vec{b}-2\vec{a}$

$\overrightarrow{OP}=6\vec{b}-4\vec{a}$

$=2(3\vec{b}-2\vec{a})$

$=2\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{AB}$，

$\overrightarrow{OP}\neq\vec{0}$，$\overrightarrow{AB}\neq\vec{0}$ より

$\overrightarrow{OP}\parallel\overrightarrow{AB}$ である

(2)　$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}$

$=3\vec{a}-(3\vec{a}-2\vec{b})$

$=2\vec{b}=2\overrightarrow{OB}$

$\overrightarrow{PQ}=2\overrightarrow{OB}$，

$\overrightarrow{PQ}\neq\vec{0}$，$\overrightarrow{OB}\neq\vec{0}$ より

$\overrightarrow{PQ}\parallel\overrightarrow{OB}$ である。

5 四角形 ABCD において $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AD}$ が成り立つとき，四角形 ABCD は平行四辺形であることを証明せよ。

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{AD}$ より

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$

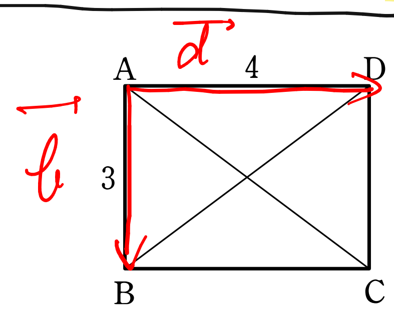
$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ より $AD=BC$ かつ $AD /\!/ BC$

以上より

四角形ABCDは平行四辺形

6 $AB=3$，$AD=4$ の長方形 ABCD がある。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{d}$ とするとき，次のベクトルと同じ向きの単位ベクトルを $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

(1) $\overrightarrow{BD}$　　(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$



(1) $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$

$=\vec{d}-\vec{b}$

$|\overrightarrow{BD}|=\sqrt{3^2+4^2}$

$=5$

よって $\overrightarrow{BD}$と同じ向きの単位ベクトルは

$\frac{1}{5}(\vec{d}-\vec{b})$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\vec{b}+(\vec{d}+\vec{b})$

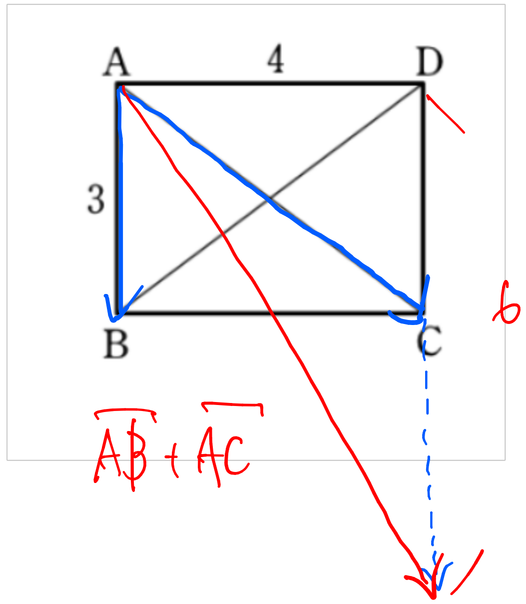
$=2\vec{b}+\vec{d}$

$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}|=\sqrt{4^2+6^2}$

$=2\sqrt{13}$

よって

$\frac{2\vec{b}+\vec{d}}{2\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{26}(2\vec{b}+\vec{d})$



<今日のふりかえり>