1 次の等差数列の和 S を求めよ。

(1)　2, 5, 8, ……, 50　　　(2)　93, 86, 79, ……, −40

(1) $a_1=2,\ d=3$

$a_n=2+(n-1)\times 3$

$a_n=3n-1$

$3n-1=50$

$n=17$

$S=\frac{1}{2}\cdot 17(2+50)$

$S=\frac{1}{2}\cdot 17\cdot 52$

$S=442$

(2) $a_1=93,\ d=-7$

$a_n=93+(n-1)\times(-7)$

$a_n=-7n+100$

$-7n+100=-40$

$n=20$

$S=\frac{1}{2}\cdot 20\cdot(93-40)$

$S=10\cdot 53$

$S=530$

2 次の等差数列の和 S を求めよ。

(1)　123, 120, 117, ……, −24　　　(2)　$\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, ……, $\frac{99}{5}$

(1) $a_1=123,\ d=-3$

$a_n=123+(n-1)\times(-3)$

$a_n=-3n+126$

$-3n+126=-24$

$n=50$

$S=\frac{1}{2}\cdot 50\cdot(123-24)$

$=\frac{1}{2}\cdot 50\cdot 99$

$S=2475$

(2) $S=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\cdots+\frac{99}{5}$

$S=\frac{1}{5}(1+2+\cdots+99)$

$a_1=1,\ d=1,\ n=99$

$=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}\cdot 99(1+99)$

$=\frac{1}{10}\cdot 99\cdot 100$

$S=990$

3 次の和を工夫して求めよ。なぜ求められるかよく考えて解くこと。

(1)　1＋2＋3＋……＋50　　　(2)　1＋3＋5＋……＋37

(3)　4＋5＋6＋……＋60　　　(4)　2＋4＋6＋……＋80

(5)　3＋9＋15＋……＋117

(1) $1+2+3+\cdots+50$

$=\frac{1}{2}\times 50\times(1+50)$

$=25\times 51$

$=1275$

(2) $1+3+\cdots+37$ 奇数の和!!

$=\underbrace{1+3+\cdots+(19\times 2-1)}_{19項ある}$

$=19^2=361$

(3) $4+5+\cdots+60$

$=1+2+3+4+\cdots+60-(1+2+3)$

$=\frac{1}{2}\cdot 60(1+60)-6$

$=30\times 61-6$

$=1824$

(4) $2+4+\cdots+80$

$=2(1+2+3+\cdots+40)$

$=2\cdot\frac{1}{2}\cdot 40(1+40)$

$=40\times 41=1640$

(5) $3+9+15+\cdots+117$

$=3(1+3+5+\cdots+39\}$

$=3\{\underbrace{1+3+\cdots+(20\times 2-1)}_{20項ある}\}$

$=3\times 20^2$

$=3\times 400$

$=1200$

4 初項が 70，公差が -4 である等差数列 $\{a_n\}$ がある。

(1)　第何項が初めて負の数になるか。

(2)　初項から第何項までの和が最大であるか。また，その和を求めよ。

(1) $a_n = 70 + (n-1)\times(-4)$

$a_n = -4n + 74$

$-4n + 74 < 0$

$n > \frac{74}{4} = 18.5$

第19項

(2) 第19項が負なので

第1項から第18項まで

の和がMax

$a_{18} = -4\times18 + 74 = 2$

$S = \frac{1}{2}\times18(70+2)$

$= 18\times36$

$S = 648$

5 80 から 200 までの自然数のうち，次のような数の和を求めよ。

(1)　5 の倍数　　(2)　5 で割り切れない数　　(3)　6 で割ると 4 余る数

(1) $80 + 85 + \cdots + 200$

$= \underbrace{16\times5 + 17\times5 + \cdots + 40\times5}_{40-16+1=25\text{コ}}$

$= \frac{1}{2}\cdot25(80+200)$

$= 3500$

(2) $\underbrace{80 + 81 + \cdots + 200}_{200-80+1=121\text{コ}}$

$= \frac{1}{2}\times121\times(80+200)$

$= 16940$

よって $16940 - 3500$

$= 13440$

(3) $82 + 88 + \cdots + 196$

$= \underbrace{(13\times6+4) + (14\times6+4) + \cdots + (32\times6+4)}_{32-13+1=20\text{コ}}$

$= \frac{1}{2}\times20(82+196) = 2780$

6 等差数列 111，117，123，129，…… について，400 と 600 の間にある項の個数を求めよ。

$a_1 = 111,\ d = 6$

$a_n = 111 + (n-1)\times6$

$a_n = 6n + 105$

$6n + 105 > 400$

$6n > 295$

$n > \frac{295}{6} = 49.1\cdots$

$6n + 105 < 600$

$n < \frac{165}{2} = 82.5$

つまり

$400 < a_{50}, \cdots, a_{82} < 600$

$82 - 50 + 1 = 33$

33個

<今日のふりかえり>

和を求める ⇒ 項数が必要!!

項数 ⇒ 一般項を利用する.