等差数列の和の応用

教科書 p.78,79

(ex) 次の数列の和 S を求めよ.

$$93,\ 86,\ 79,\ \cdots,\ -40$$

<方針>

$a_n \Rightarrow$ 項数を求める

<現在の状況>

① 初項 + 末項 + ?

② 初項 + 公差 + ?

$\Downarrow$

①, ② のどちらでも

項数がわからない!!

$86-93=-7$ より

$\{a_n\}$ は $a_1=93,\ d=-7$

$$a_n = 93+(n-1)\times(-7)$$

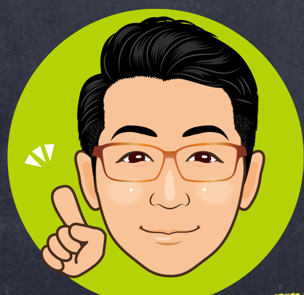
$$a_n = -7n+100$$

$$-7n+100 = -40$$

$$-7n = -140$$

$$n = 20$$

項数わかった!!



$$S = \frac{1}{2}\times 20\times(93-40)$$

$$= 530$$

$$S = 530$$

(ex) 和の最大

$a_1=50$, $d=-3$ の等差数列 $\{a_n\}$
和が最大となるのは、
第何項まで足したときか求めよ。

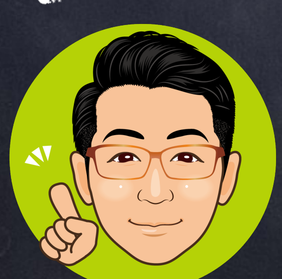
⇒ <方針>
項が負になる
タイミングを探す

(解)

$a_n = 50+(n-1)\times(-3)$

$a_n = -3n+53$

$-3n+53<0$



$n > \frac{53}{3} = 17.6\cdots$

つまり $n=18$ のときはじめて負になる!!

よって $a_1 \sim a_{17}$ の和がMax

$$S=\frac{1}{2}\times \underbrace{17}_{\text{項数}}\times\left\{2\times \underbrace{50}_{\text{初項}}+(\underbrace{17}_{\text{項数}}-1)\times(\underbrace{-3}_{\text{公差}})\right\}$$

$$S=442$$

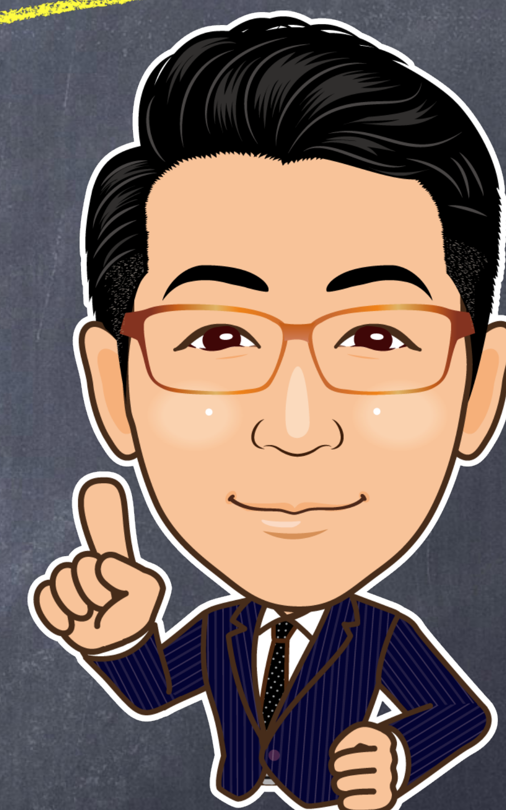
〈等差数列の和 まとめ〉

① $$S_n = \frac{1}{2}\underbrace{n}_{\text{項数}}(\underbrace{a_1}_{\text{初項}} + \underbrace{l}_{\text{末項}})$$

② $$S_n = \frac{1}{2}\underbrace{n}_{\text{項数}}\{2\underbrace{a_1}_{\text{初項}} + (\underbrace{n}_{\text{項数}}-1)\underbrace{d}_{\text{公差}}\}$$

ポイント!!

何が足りないか考える。



足りないものは、一般項から作る!!