

1 階差数列を利用して、次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。(前回の復習2題ぐらい解く。)

- (1) 1, 5, 13, 25, 41, (2) 5, 7, 11, 19, 35,
 (3) 1, 2, 6, 15, 31, (4) 2, 9, 20, 35, 54,

(2) $\{a_n\}$, 階差数列 $\{b_n\}$ とする。

$b_n: 2, 4, 8, 16, \dots$

$b_n = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$

$n \geq 2$ のとき
 $a_n = 5 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k$

$= 5 + \frac{2(2^{n-1} - 1)}{2 - 1}$

$= 5 + 2^n - 2$

$a_n = 2^n + 3$

$n = 1$ のとき

$a_1 = 2 + 3 = 5$

確認

$a_n = 2^n + 3$

1
 (1), (3), (4) は
 3-11 の 2 と
 確認

2 初項から第 n 項までの和 S_n が、次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

- (1) $S_n = n^2 - 4n$ (2) $S_n = n^3 + 1$ (3) $S_n = 2^n - 1$

(1) $a_1 = S_1 = 1 - 4 = -3$

$n \geq 2$ のとき

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= n^2 - 4n - \{ (n-1)^2 - 4(n-1) \}$
 $= n^2 - 4n - (n^2 - 2n + 1 - 4n + 4)$
 $= 2n - 5$

$n = 1$ のとき $a_1 = 2 - 5 = -3$
 確認

$a_n = 2n - 5$

(3) $a_1 = S_1 = 2 - 1 = 1$

$n \geq 2$ のとき

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= 2^n - 1 - (2^{n-1} - 1)$

$= 2^n - 2^{n-1}$

$= 2 \cdot 2^{n-1} - 2^{n-1} = 2^{n-1}$

(2) $a_1 = S_1 = 1 + 1 = 2$

$n \geq 2$ のとき

$a_n = S_n - S_{n-1}$

$= n^3 + 1 - \{ (n-1)^3 + 1 \}$
 $= n^3 + 1 - (n^3 - 3n^2 + 3n - 1 + 1)$

$a_n = 3n^2 - 3n + 1$

$n = 1$ のとき $a_1 = 3 - 3 + 1 = 1$ (確認)

$n \geq 2$ のとき ~~確認~~

∴ $a_n = 3n^2 - 3n + 1$

$n = 1$ のとき 2

$n = 1$ のとき

$a_1 = 2^0 = 1$ (確認)

$a_n = 2^{n-1}$

3] 初項から第 n 項までの和 S_n が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $S_n = 2n^2 + 5n$

(2) $S_n = n^3 - 1$

(3) $S_n = 2^{n+2} - 4$

(1) $a_1 = S_1 = 2 + 5 = 7$

$n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 2n^2 + 5n - \{2(n-1)^2 + 5(n-1)\} \\ &= 2n^2 + 5n - (2n^2 + n - 3) \\ &= 4n + 3 \end{aligned}$$

$n = 1$ のとき

$a_1 = 4 + 3 = 7$
 と一致する

$a_n = 4n + 3$

(2) $a_1 = S_1 = 1 - 1 = 0$

$n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^3 - 1 - \{(n-1)^3 - 1\} \\ &= 3n^2 - 3n + 1 \end{aligned}$$

$n = 1$ のとき

$a_1 = 3 - 3 + 1 = 1$
 と一致しない

よって

$n \geq 2$ のとき $a_n = 3n^2 - 3n + 1$

$n = 1$ のとき 0

(3) $a_1 = S_1 = 2^3 - 4 = 4$

$n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= 2^{n+2} - 4 - (2^{n+1} - 4) \\ &= 2^{n+2} - 2^{n+1} \\ &= 2 \cdot 2^{n+1} - 2^{n+1} \\ &= 2^{n+1} \end{aligned}$$

$n = 1$ のとき

$a_1 = 2^2 = 4$ と一致する

$a_n = 2^{n+1}$

<今日のふりかえり>