$\boxed{1}$ 次の放物線と直線に共有点があれば，その座標を求めよ。

(1)　$y=x^2$，$y=x+2$　　(2)　$y=x^2+3$，$y=-2x$

(3)　$y=x^2+5x+3$，$y=-x-6$

(1) $x^2=x+2$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=2,\ -1$

$x=2$のとき $y=4$

$x=-1$のとき $y=1$

$(2,4),(-1,1)$

(2) $x^2+3=-2x$

$x^2+2x+3=0$

この方程式の判別式 $D/4$とすると

$D/4=1^2-3<0$

$D/4<0$ より

$y=x^2+3$ と $y=-2x$ は共有点をもたない

(3) $x^2+5x+3=-x-6$

$x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$

$x=-3$

$y=-(-3)-6$

$y=-3$

$(-3,-3)$

$\boxed{2}$ 放物線 $y=x^2-4x+3$ と直線 $y=2x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

$x^2-4x+3=2x+k$

$x^2-6x+3-k=0$ …①

この方程式の判別式 $D/4$

$D/4=9-(3-k)$

$=6+k$

接するので，$D/4=0$であればよい

$6+k=0$，$k=-6$

$k=-6$のとき ①へ代入

$x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$，$x=3$

$x=3$，$k=-6$のとき

$y=2\cdot3-6=0$

以上より $k=-6$のとき 接点$(3,0)$

$\boxed{3}$ 放物線 $y=-2x^2$ と直線 $y=4x-k$ の共有点の個数は，定数 k の値によってどのように変わるか。

$-2x^2=4x-k$

$2x^2+4x-k=0$

この方程式の判別式 $D/4$

$D/4=4-2\cdot(-k)$

$=4+2k$

(i) $D/4>0$

$4+2k>0$

$k>-2$のとき2個

(ii) $D/4=0$　$4+2k=0$

$k=-2$のとき1個

(iii) $D/4<0$　$4+2k<0$

$k<-2$のとき0個

(i), (ii), (iii) より

$k>-2$のとき 2個

$k=-2$のとき 1個

$k<-2$のとき 0個

4　放物線 $y=x^2+3x+2$ について

(1)　放物線と直線 $y=x+5$ の共有点の座標を求めよ。

(2)　放物線と直線 $y=-x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

(3)　放物線と直線 $y=-3x+2k-1$ が共有点をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ。

(1) $x^2+3x+2=x+5$

$x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$x=1,-3$

$x=1$ のとき $y=6$

$x=-3$ のとき $y=2$

$(1,6),(-3,2)$

(2) $x^2+3x+2=-x+k$

$x^2+4x+2-k=0$

この方程式の判別式 $D/4$ とする

$D/4=4-(2-k)$

$=2+k$

接するので $D/4=0$

$2+k=0$

$k=-2$

また $k=-2$ のとき

$x^2+4x+4=0$

$(x+2)^2=0$，$x=-2$

$y=0$

以上より

$k=-2$ のとき 接点 $(-2,0)$

(3) $x^2+3x+2=-3x+2k-1$

$x^2+6x-2k+3=0$

この方程式の判別式 $D/4$

$D/4=9-(-2k+3)$

$=2k+6$

共有点をもつので

$D/4\geqq 0$

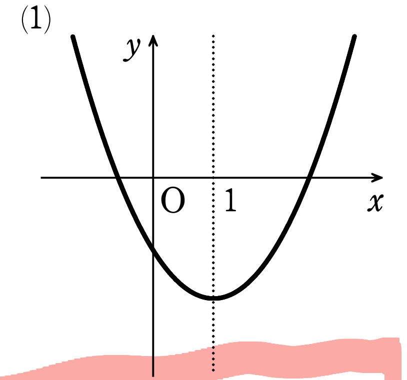
$2k+6\geqq 0$

$k\geqq -3$

$k\geqq -3$

5　2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが次の図のようになるとき，a，b，c，$a+b+c$ および b^2-4ac の符号を調べよ。

(1)



aは 上 or 下 凸

bは 軸

cは y軸の交点

a+b+cは
$x=1$ 代入

b^2-4ac は
共有点の個数

・下に凸なので，$a>0$

・$x=0$ のとき $y=c$

y軸との交点のy座標は負なので $c<0$

・$x=1$ のとき，$y=a+b+c$

$x=1$ のとき y座標は負なので，$a+b+c<0$

・$ax^2+bx+c=0$ の判別式 D とすると

$D=b^2-4ac$，$y=ax^2+bx+c$ は

2点で x軸と交わるので，$D>0$

すなわち，$b^2-4ac>0$

・$y=ax^2+bx+c$ より

$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+c-\frac{b^2}{4a}$

軸は 直線 $x=-\frac{b}{2a}$

軸 >0 より

$-\frac{b}{2a}>0$，$a>0$ なので

$b<0$

＜今日のふりかえり＞