1 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の第 3 項から第 5 項を求めよ。

(1) $a_1=1,\ a_{n+1}=4a_n+1$　　(2) $a_1=-1,\ a_{n+1}=a_n+2n$

$a_2=4a_1+1=4+1=5$

$a_3=4a_2+1=20+1=21$

$a_4=4a_3+1=84+1=85$

$a_5=4a_4+1=340+1=341$

$a_2=a_1+2=-1+2=1$

$a_3=a_2+4=1+4=5$

$a_4=a_3+6=5+6=11$

$a_5=a_4+8=11+8=19$

2 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=0,\ a_{n+1}=a_n+5$ 〈等差型〉　　(2) $a_1=2,\ a_{n+1}=-3a_n$ 〈等比型〉

$a_1=0,\ d=5$

$a_n=0+(n-1)\times5$

$a_n=5n-5$

$a_1=2,\ r=-3$

$a_n=2\cdot(-3)^{n-1}$

3 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=-3,\ a_{n+1}=a_n+4$ 〈等差型〉　　(2) $a_1=4,\ 2a_{n+1}+3a_n=0$ 〈等比型〉

(3) $a_1=1,\ a_{n+1}=a_n+2^n-3n+1$ 〈階差型〉

(1) $a_1=-3,\ d=4$

$a_n=-3+(n-4)\times4$

$a_n=4n-7$

(2) $2a_{n+1}=-3a_n$

$a_{n+1}=-\frac{3}{2}a_n,\ a_1=4$

$a_n=4\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

(3) $n\geqq2$ のとき

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}(2^k-3k+1)$

$=1+\sum_{k=1}^{n-1}2^k+\sum_{k=1}^{n-1}(-3k+1)$

$a_n=1+\frac{2(2^{n-1}-1)}{2-1}-3\cdot\frac{1}{2}(n-1)\cdot n+(n-1)$

$a_n=2^n-\frac{3}{2}n^2+\frac{5}{2}n-2$

$n=1$ のとき $a_1=2-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}-2=1$ となり成立

$a_n=2^n-\frac{3}{2}n^2+\frac{5}{2}n-2$

4 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=2,\ a_{n+1}-a_n+\frac{1}{2}=0$ 〈等差型〉　　(2) $a_1=-1,\ a_{n+1}+a_n=0$ 〈等比型〉

(3) $a_1=3,\ 2a_{n+1}-2a_n=4n^2+2n-1$ 〈階差型〉

(1) $a_1=2,\ d=-\frac{1}{2}$

$a_n=2+(n-1)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$a_n=-\frac{1}{2}n+\frac{5}{2}$

(2) $a_1=-1,\ r=-1$

$a_n=(-1)\cdot(-1)^{n-1}$

$a_n=(-1)^n$

(2) $a_{n+1}-a_n=2n^2+n-\frac{1}{2}$

$n\geqq2$ のとき

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}\left(2k^2+k-\frac{1}{2}\right)$

$=3+2\cdot\frac{1}{6}(n-1)\cdot n(2n-1)+\frac{1}{2}(n-1)\cdot n-\frac{1}{2}(n-1)$

$=\frac{1}{6}(4n^3-3n^2-4n+21)$

$n=1$ のとき $a_1=\frac{1}{6}(4-3-4+21)=3$ となり成立

$a_n=\frac{1}{6}(4n^3-3n^2-4n+21)$

$\boxed{5}$, $\boxed{6}$ はすべて階差型

$\boxed{5}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=4^n$　　　(2)　$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+3n-1$

(1)

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 4^k$$

$$= 1 + \frac{4(4^{n-1}-1)}{4-1}$$

$$= 1 + \frac{4^n-4}{3}$$

$$a_n = \frac{4^n-1}{3}$$

$n=1$ のとき $a_1 = \dfrac{4-1}{3} = 1$

となり成立

$$a_n = \frac{4^n-1}{3}$$

(2)

$n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (3k-1)$$

$$= 1 + 3\cdot\frac{1}{2}(n-1)\cdot n - (n-1)$$

$$a_n = \frac{1}{2}(3n^2-5n+4)$$

$n=1$ のとき

$$a_1 = \frac{1}{2}(3-5+4) = 1$$

となり成立

$$a_n = \frac{1}{2}(3n^2-5n+4)$$

$\boxed{6}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1)　$a_1=1$，$a_{n+1}-a_n=2n$　　　(2)　$a_1=2$，$a_{n+1}-a_n=3n^2+n$

(3)　$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+n^2$　　　(4)　$a_1=1$，$a_{n+1}=a_n+4^n$

(1) $n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2k$$

$$= 1 + 2\cdot\frac{1}{2}(n-1)\cdot n$$

$$= n^2-n+1$$

$n=1$ のとき

$$a_1 = 1-1+1 = 1$$

となり成立

$$a_n = n^2-n+1$$

(2) $n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 2 + \sum_{k=1}^{n-1} (3k^2+k)$$

$$= 2 + 3\cdot\frac{1}{6}(n-1)n(2n-1) + \frac{1}{2}(n-1)\cdot n$$

$$a_n = n^3-n^2+2$$

$n=1$ のとき

$$a_1 = 1-1+2 = 2$$

となり成立

$$a_n = n^3-n^2+2$$

(3) $n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} k^2$$

$$= 1 + \frac{1}{6}(n-1)\cdot n(2n-1)$$

$$a_n = \frac{1}{6}(2n^3-3n^2+n+6)$$

$n=1$ のとき

$$a_1 = \frac{1}{6}(2-3+1+6) = 1$$

となり成立

$$a_n = \frac{1}{6}(2n^3-3n^2+n+6)$$

(4) $n \geqq 2$ のとき

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 4^k$$

$$= 1+4+\cdots+4^{n-1}$$

$$= \frac{1\cdot(4^n-1)}{4-1}$$

$$= \frac{4^n-1}{3}$$

$n=1$ のとき

$$a_1 = \frac{4-1}{3} = 1$$ となり成立

$$a_n = \frac{4^n-1}{3}$$

$\boxed{5}$(1) と $\boxed{6}$(4) は同じ問題ですが、
Σ 周辺の計算の仕方がちがうので
確認してみて下さい