1 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{80} k$　(2) $\sum_{k=1}^{35} k^2$　(3) $\sum_{k=1}^{24} k^3$　(4) $\sum_{l=6}^{18} l^2$

(1) $\sum_{k=1}^{80} k = \frac{1}{2}\times 80\times(80+1)$

$= 3240$

(2) $\sum_{k=1}^{35} k^2 = \frac{1}{6}\times 35\times(35+1)\times(70+1)$

$= 14910$

(3) $\sum_{k=1}^{24} k^3 = \left\{\frac{1}{2}\times 24\times(24+1)\right\}^2$

$= 90000$

(4) $\sum_{l=6}^{18} l^2 = \sum_{l=1}^{18} l^2 - \sum_{l=1}^{5} l^2$

$= 2109 - 55$

$= 2054$

2 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{40} k$　(2) $\sum_{k=1}^{25} k^2$　(3) $\sum_{k=1}^{19} k^3$　(4) $\sum_{k=7}^{21} k^2$

(1) $\sum_{k=1}^{40} k = \frac{1}{2}\times 40\times(40+1)$

$= 820$

(2) $\sum_{k=1}^{25} k^2 = \frac{1}{6}\times 25\times(25+1)(50+1)$

$= 5525$

(3) $\sum_{k=1}^{19} k^3 = \left\{\frac{1}{2}\cdot 19(19+1)\right\}^2$

$= 36100$

(4) $\sum_{k=7}^{21} k^2 = \sum_{k=1}^{21} k^2 - \sum_{k=1}^{6} k^2$

$= 3311 - 91$

$= 3220$

3 次の和を求めよ。

(1) $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+30^2$　(2) $1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+19^3$

(1) $1^2+2^2+\cdots+30^2 = \sum_{k=1}^{30} k^2$

$a_6+\cdots+a_{18}$

$=(a_1+\cdots+a_{18})-(a_1+\cdots+a_5)$

$= \frac{1}{6}\times 30\times(30+1)(60+1)$

$= 9455$

(2) $1^3+2^3+\cdots+19^3 = \sum_{l=1}^{19} l^3$

$= \left\{\frac{1}{2}\times 19(19+1)\right\}^2$

$= 36100$

和 ⇒ $\boxed{\Sigma 化}$ ⇒ 公式代入

4 $\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ であることを、$(k-1)^3$ の展開式を利用して導く。

$$(k-1)^3 = k^3 - 3k^2 + 3k - 1$$

$$k^3 - (k-1)^3 = 3k^2 - 3k + 1$$

$k=1$　$\cancel{1^3} - 0^3 = 3\times 1^2 - 3\cdot 1 + 1$

$k=2$　$\cancel{2^3} - \cancel{1^3} = 3\times 2^2 - 3\cdot 2 + 1$

$k=3$　$3^3 - \cancel{2^3} = 3\times 3^2 - 3\cdot 3 + 1$

$\vdots$

$k=n$　$n^3 - \cancel{(n-1)^3} = 3\times n^2 - 3\cdot n + 1$

+)

$$n^3 - 0^3 = 3\sum_{k=1}^{n} k^2 - 3\sum_{k=1}^{n} k + 1\times n$$

$$3\sum_{k=1}^{n} k^2 = n^3 + 3\sum_{k=1}^{n} k - n$$

$$= n^3 + 3\times\frac{1}{2}n(n+1) - n$$

$$= \frac{1}{2}n\{2n^2 + 3(n+1) - 2\}$$

$$= \frac{1}{2}n(n+1)(2n+1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

5 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$ であることを、$(k-1)^4$ の展開式を利用して証明せよ。

$\boxed{4}$と同様に

恒等式を利用すればできます。

自分でチャレンジしましょう。

<今日のふりかえり>