

1 次のことが成り立つことを証明せよ。

(1) $x \geq 0$ のとき $2x^3 + 1 \geq 3x^2$

(2) $x > 1$ のとき $x^3 - 3x^2 + 6x - 4 > 0$

2 次の3次不等式を解け。

(1) $x^3 - 4x > 0$

(2) $x^3 - x^2 - 3x + 3 < 0$

(3) $x^3 - 3x - 2 \geq 0$

3 $x \geq 0$ を満たすすべての x に対して不等式 $x^3 \geq a(x^2 - a)$ が成り立つような実数 a の値の範囲を求めよ。

4 a は定数とする。次の関数の最大値を求めよ。

$$f(x) = -x^3 + 3ax \quad (0 \leq x \leq 1)$$