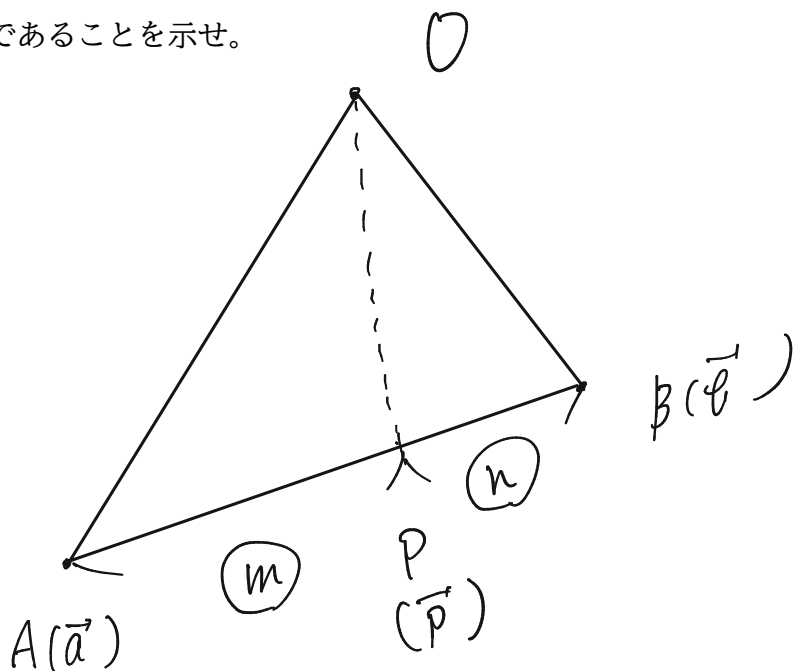


1 2点 $A(\vec{a}), B(\vec{b})$ に対して、線分 AB を $m:n$ に内分する点 $P(\vec{p})$ について、

$\vec{p} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ であることを示せ。



$\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}, \vec{OP} = \vec{p}$

$\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{AP}$

$= \vec{OA} + \frac{m}{m+n} \vec{AB}$

$= \vec{OA} + \frac{m}{m+n} (\vec{OB} - \vec{OA})$

$= \vec{OA} + \frac{m}{m+n} \vec{OB} - \frac{m}{m+n} \vec{OA}$

$= \frac{n\vec{OA} + m\vec{OB}}{m+n}$

$\vec{p} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$

2 2点 $A(\vec{a}), B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB に対して、次のような点の位置ベクトルを求めよ。

- (1) 1:2 に内分する点
- (2) 5:3 に内分する点
- (3) 中点
- (4) 1:4 に外分する点
- (5) 6:5 に外分する点

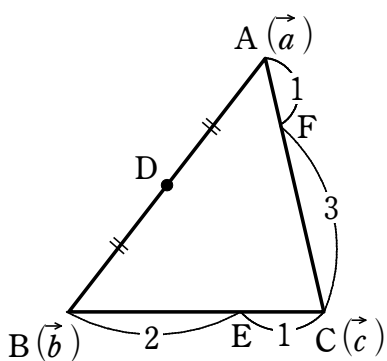
(1) $\frac{2\vec{a} + \vec{b}}{1+2} = \frac{2\vec{a} + \vec{b}}{3}$

(2) $\frac{3\vec{a} + 5\vec{b}}{5+3} = \frac{3\vec{a} + 5\vec{b}}{8}$

(3) $\frac{-4\vec{a} + \vec{b}}{1-4} = \frac{4\vec{a} - \vec{b}}{3}$

(4) $\frac{-5\vec{a} + 6\vec{b}}{6-5} = -5\vec{a} + 6\vec{b}$

3 3点 $A(\vec{a})$, $B(\vec{b})$, $C(\vec{c})$ を頂点とする $\triangle ABC$ において、辺 AB の中点を D 、辺 BC , CA をそれぞれ $2:1$, $3:1$ に内分する点を順に E , F とする。



次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

- (1) \overrightarrow{AC} (2) \overrightarrow{BE} (3) \overrightarrow{FA}
 (4) \overrightarrow{CD} (5) \overrightarrow{AE} (6) \overrightarrow{DF}

$$\vec{d} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2}, \quad \vec{e} = \frac{\vec{b} + 2\vec{c}}{2+1} = \frac{\vec{b} + 2\vec{c}}{3}$$

$$\vec{f} = \frac{3\vec{a} + \vec{c}}{1+3} = \frac{3\vec{a} + \vec{c}}{4} \quad (4) \quad \overrightarrow{CD} = \vec{d} - \vec{c}$$

$$(1) \quad \overrightarrow{AC} = \vec{c} - \vec{a}$$

$$= \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{c}$$

$$(2) \quad \overrightarrow{BE} = \vec{e} - \vec{b}$$

$$= \frac{\vec{b} + 2\vec{c}}{3} - \vec{b}$$

$$= \frac{-2\vec{b} + 2\vec{c}}{3}$$

$$(5) \quad \overrightarrow{AE} = \vec{e} - \vec{a}$$

$$= \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c} - \vec{a}$$

$$(6) \quad \overrightarrow{DF} = \vec{f} - \vec{d}$$

$$= \frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$$

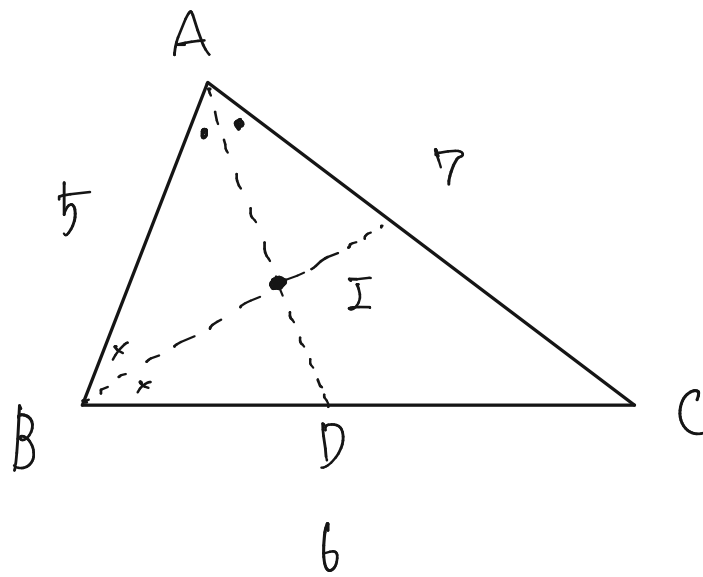
$$= \frac{1}{4}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}$$

$$(3) \quad \overrightarrow{FA} = \vec{a} - \vec{f}$$

$$= \vec{a} - \frac{3\vec{a} + \vec{c}}{4}$$

$$= \frac{\vec{a} - \vec{c}}{4}$$

4 $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$ である $\triangle ABC$ の内心を I とする。 $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とするとき、 \overrightarrow{AI} を \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。



$$BD = DC = 5 = 7$$

$$\overrightarrow{AD} = \frac{7\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC}}{5+7}$$

$$= \frac{7}{12}\vec{b} + \frac{5}{12}\vec{c}$$

$$BD = \frac{5}{12} \times BC = \frac{5}{12} \times 6 = \frac{5}{2}$$

$$\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AD}$$

$$= \frac{2}{3} \left(\frac{7}{12}\vec{b} + \frac{5}{12}\vec{c} \right)$$

$$DI : IA = \frac{5}{2} = 5$$

$$DI : IA = 1 : 2$$

$$\overrightarrow{AI} = \frac{7}{18}\vec{b} + \frac{5}{18}\vec{c}$$

<今日のふりかえり>

