1 △ABC と点 P に対して，等式 $2\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ が成り立つとき，点 P はどのような位置にあるか。

$$-2\overrightarrow{AP}+3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP})+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}=\vec{0}$$

$$-6\overrightarrow{AP}=-3\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AP}=\frac{3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{6}=\frac{4}{6}\times\frac{3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{4}$$

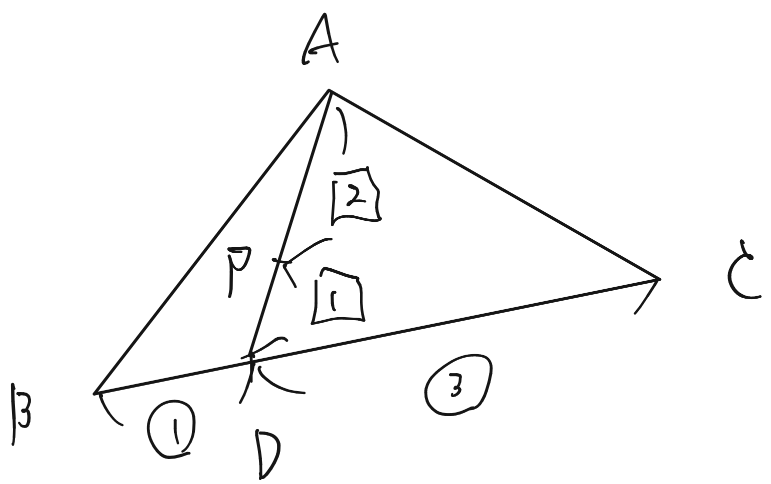
線分 BC を 1:3 に内分する点 D とすると．

$$\overrightarrow{AD}=\frac{3\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}}{4}$$ となる

すなわち

$$\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$$

よって，点 P は線分 AD を 2:1 に内分する点



2 △ABC と点 P に対して，等式 $2\overrightarrow{PA}+3\overrightarrow{PB}+4\overrightarrow{PC}=\vec{0}$ が成り立つとする。

(1) 点 P は △ABC に対してどのような位置にあるか。

(2) 面積の比 △PBC：△PCA：△PAB を求めよ。

(1) $-2\overrightarrow{AP}+3(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AP})+4(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP})=\vec{0}$

$$-9\overrightarrow{AP}=-3\overrightarrow{AB}-4\overrightarrow{AC}$$

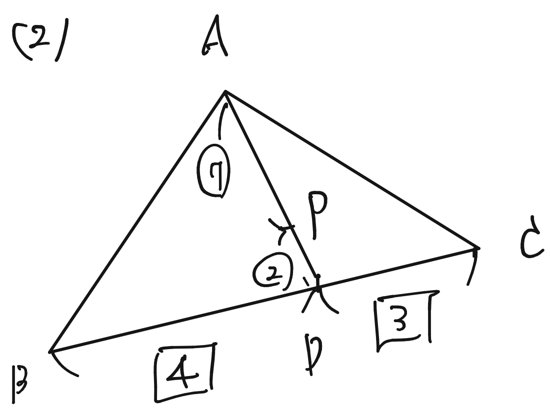
$$\overrightarrow{AP}=\frac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{9}=\frac{7}{9}\times\frac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{7}$$

線分 BC を 4:3 に内分する点 D とすると．

$\overrightarrow{AD}=\frac{3\overrightarrow{AB}+4\overrightarrow{AC}}{7}$ となる すなわち $\overrightarrow{AP}=\frac{7}{9}\overrightarrow{AD}$ となる

よって 点 P は線分 AD を 7:2 に内分する点

(2)



△ABC の面積 S とする.

$$\triangle APB=S\times\frac{4}{7}\times\frac{7}{9}=\frac{4}{9}S$$

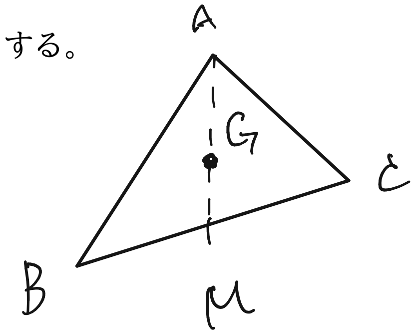
$$\triangle APC=S\times\frac{3}{7}\times\frac{7}{9}=\frac{3}{9}S$$

$$\triangle PBC=S-\left(\frac{4}{9}S+\frac{3}{9}S\right)=\frac{2}{9}S$$

$$\triangle PBC:\triangle PCA:\triangle PAB=\frac{2}{9}S:\frac{3}{9}S:\frac{4}{9}S=2:3:4$$

$\boxed{3}$ 三角形 ABC の重心 G について、 $A(\vec{a}),B(\vec{b}),C(\vec{c}),G(\vec{g})$とする。

このとき、 $\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$ であることを示せ。



BCの中点M($\vec{m}$)とすると

$$\vec{m}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$$

重心GはAMを2:1に内分するので、

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+2\vec{m}}{2+1}=\frac{\vec{a}+2\cdot\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}}{3}$$

よって

$$\vec{g}=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

$\boxed{4}$ 3点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$，C$(\vec{c})$を頂点とする△ABCにおいて，辺 BC，CA，AB を 3：2 に内分する点を，それぞれ D，E，F とする。△DEF の重心 G の位置ベクトル $\vec{g}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

点D($\vec{d}$), E($\vec{e}$), F($\vec{f}$)とする。

$$\vec{d}=\frac{2\vec{b}+3\vec{c}}{3+2}=\frac{2\vec{b}+3\vec{c}}{5},\quad \vec{e}=\frac{2\vec{c}+3\vec{a}}{3+2}=\frac{2\vec{c}+3\vec{a}}{5}$$

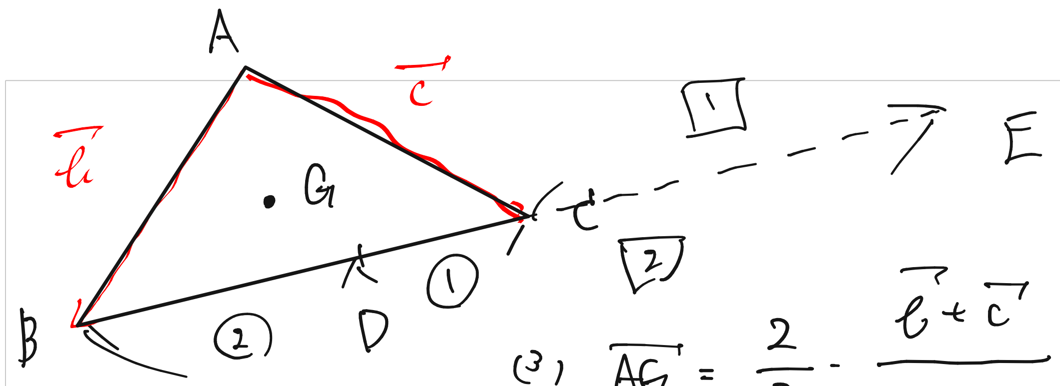
$$\vec{f}=\frac{2\vec{a}+3\vec{b}}{3+2}=\frac{2\vec{a}+3\vec{b}}{5}$$

$$\vec{g}=\frac{\vec{d}+\vec{e}+\vec{f}}{3}=\frac{\frac{2\vec{b}+3\vec{c}}{5}+\frac{2\vec{c}+3\vec{a}}{5}+\frac{2\vec{a}+3\vec{b}}{5}}{3}$$

$$=\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

$\boxed{5}$ △ABC において，辺 BC を 2：1 に内分する点，2：1 に外分する点をそれぞれ D，E とし，△ABC の重心を G とする。$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{c}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(1)　$\overrightarrow{AD}$　　(2)　$\overrightarrow{AE}$　　(3)　$\overrightarrow{AG}$　　(4)　$\overrightarrow{BD}$　　(5)　$\overrightarrow{GD}$



(1) $\overrightarrow{AD}=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{2+1}$

$$\overrightarrow{AD}=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}$$

(2) $\overrightarrow{AE}=\frac{-\vec{b}+2\vec{c}}{2-1}$

$$\overrightarrow{AE}=-\vec{b}+2\vec{c}$$

(3) $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}=\frac{\vec{b}+\vec{c}}{3}$

(4) $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}$

$$=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}-\vec{b}=\frac{-2\vec{b}+2\vec{c}}{3}$$

(5) $\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AG}$

$$=\frac{\vec{b}+2\vec{c}}{3}-\frac{\vec{b}+\vec{c}}{3}$$

$$\overrightarrow{GD}=\frac{1}{3}\vec{c}$$

<今日のふりかえり>