

1 次の極限值を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 3)$

(2) $\lim_{h \rightarrow 0} (27 + 9h + h^2)$

(3) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 - 2h}{h}$

(4) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 - 10h^2 + 8h}{h}$

(5) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x - 2)$

(6) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 1)(x - 1)$

(7) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x)$

(8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x-3}$

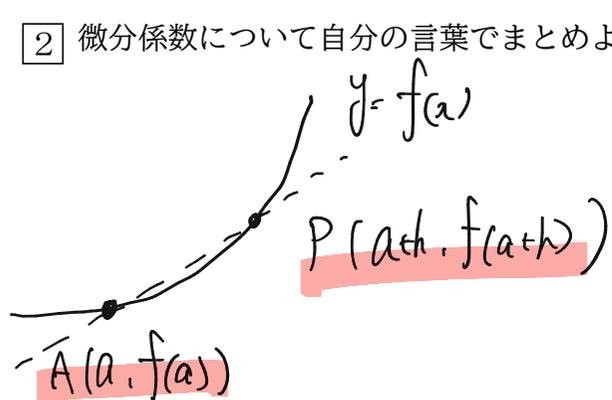
(1) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x + 3) = 2 \cdot 2 + 3 = 7$ (5) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 3x - 2) = 4 - 6 - 2 = -4$

(2) $\lim_{h \rightarrow 0} (27 + 9h + h^2) = 27$ (6) $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 1)(x - 1) = (4 + 1)(-2 - 1) = -15$

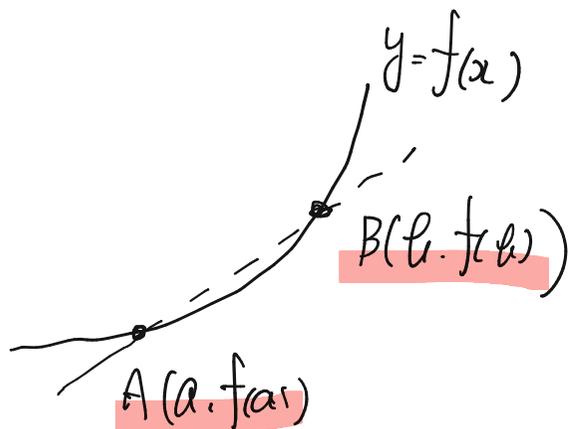
(3) $\lim_{h \rightarrow 0} (h - 2) = -2$ (7) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = 1 - 3 = -2$

(4) $\lim_{h \rightarrow 0} (h^2 - 10h + 8) = 8$ (8) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{x-3} = \frac{4}{-2} = -2$

2 微分係数について自分の言葉でまとめよ。



$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$



$$f'(a) = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

3 次の関数の与えられた x の値における微分係数を求めよ。

(1) $f(x) = -x^2 + 3x - 4, x = -2$

(2) $f(x) = 2x^3 - x^2, x = 1$

$$\begin{aligned} (1) f'(-2) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-(-2+h)^2 + 3(-2+h) - 4 - (-4)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h - h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (4 - h) = 4 \\ &f'(-2) = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) f'(1) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(1+h)^3 - (1+h)^2 - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h + 5h^2 + 2h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (4 + 5h + 2h^2) \\ &= 4 \\ &f'(1) = 4 \end{aligned}$$

4 (1) $x=1$ から $x=3$ まで変化するとき、 $f(x) = x^3 - 2x$ の平均変化率を求めよ。

(2) (1) の $f(x)$ について、微分係数 $f'(1)$ を定義に従って求めよ。

(1) $\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{27 - 6 - (1 - 2)}{2} = 11$

(2) $f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1+h)^3 - 2(1+h) - (-1)}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h + 3h^2 + h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (1 + 3h + h^2) = 1$
 $f'(1) = 1$

5 関数 $y=3x^2-5x$ について、次のものを求めよ。

- (1) $x=3$ から $x=7$ まで変化するときの平均変化率
- (2) $x=2$ から $x=2+h$ ($h \neq 0$) まで変化するときの平均変化率
- (3) $x=2$ における微分係数
- (4) 放物線 $y=3x^2-5x$ の $x=c$ における接線の傾きが、(1) で求めた平均変化率の値に等しいとき、 c の値

$$f(x) = 3x^2 - 5x \quad \text{とある}$$

$$(1) \frac{f(7) - f(3)}{7 - 3} = \frac{3 \cdot 49 - 5 \cdot 7 - (27 - 15)}{4} = \underline{\underline{25}}$$

$$(2) \frac{f(2+h) - f(2)}{2+h - 2} = \frac{3(2+h)^2 - 5(2+h) - 2}{h} \\ = \frac{3h^2 + 7h}{h} = \underline{\underline{3h + 7}}$$

$$(3) f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3h + 7) \\ = 7 \quad \underline{\underline{f'(2) = 7}}$$

$$(4) f'(c) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(c+h)^2 - 5(c+h) - (3c^2 - 5c)}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3c^2 + 6ch + 3h^2 - 5c - 5h - 3c^2 + 5c}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6ch - 5h + 3h^2}{h} \\ = \lim_{h \rightarrow 0} (6c - 5 + 3h) \\ = 6c - 5$$

$$(1) \text{より } f'(c) = 25$$

$$6c - 5 = 25$$

$$c = 5$$

$$\underline{\underline{c = 5}}$$