$\boxed{1}$ 次の関数の極値を求めよ。

(1)　$y=x^2-2x+3$　　(2)　$y=-x^2+4x-5$

(3)　$y=2x^3-6x+1$　　(4)　$y=x^3+3x^2+4x+1$

(5)　$y=-x^3+9x^2-15x$

(1) $y'=2x-2$

$y'=0$ とすると $x=1$

x	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$
y	↘	2	↗

$x=1$ のとき
極小値 2

(2) $y'=-2x+4$

$y'=0$ とすると $x=2$

x	$\cdots$	2	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$
y	↗	-1	↘

$x=2$ のとき
極大値 -1

(3) $y'=6x^2-6$
$=6(x+1)(x-1)$

$y'=0$ とすると $x=\pm1$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	5	↘	-3	↗

$x=-1$ のとき 極大値 5　　$x=1$ のとき 極小値 -3

(4) $y'=3x^2+6x+4$
$=3(x^2+2x)+4$
$=3(x+1)^2+1>0$

yは常に単調に増加する
よって
極値なし

(5) $y'=-3x^2+18x-15$
$=-3(x-1)(x-5)$

$y'=0$ とすると $x=1,\ 5$

x	$\cdots$	1	$\cdots$	5	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘	-7	↗	25	↘

$x=1$ のとき 極小値 -7　　$x=5$ のとき 極大値 25

$\boxed{2}$ 次の関数の極値を求めよ。また，そのグラフをかけ。

(1)　$y=\dfrac{3}{2}x^4+2x^3-6x^2+5$　　(2)　$y=x^4+4x$

(1) $y'=6x^3+6x^2-12x$
$=6x(x^2+x-2)$
$=6x(x+2)(x-1)$

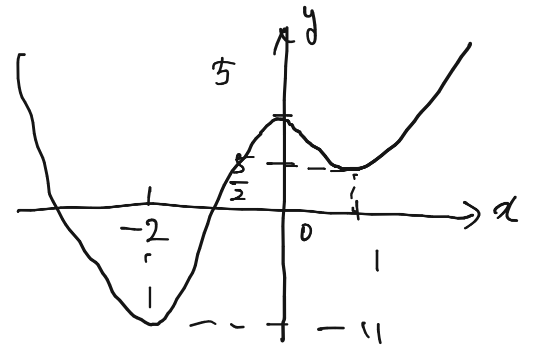
x	$\cdots$	-2	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↘	-11	↗	5	↘	$\frac{5}{2}$	↗

$y'=0$ とすると $x=0,\ 1,\ -2$

$x=-2$ のとき 極小値 -11

$x=0$ のとき 極大値 5

$x=1$ のとき 極小値 $\frac{5}{2}$

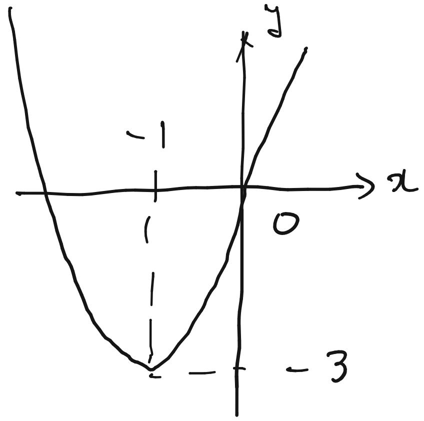


(2) $y'=4x^3+4$
$=4(x^3+1)$
$=4(x+1)(x^2-x+1)$

$x^2-x+1=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0$

$y'=0$ とすると
$x=-1$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$
y	↘	-3	↗



$x=-1$のとき 極小値 -3

$\boxed{3}$ 関数 $f(x)=x^3-3x^2+ax+b$ が $x=3$ で極小値 -26 をとるように，定数 a，b の値を定めよ。また，極大値を求めよ。

$f'(x)=3x^2-6x+a$

$x=3$で極小値-26をとるので，$f'(3)=0$，$f(3)=-26$

したがって　$3\cdot 9-6\cdot 3+a=0$　　$27-3\cdot 9+3a+b=-26$

$a=-9$　　$3a+b=-26$

$b=1$

$f'(3)=0$の条件は極小値でなくてもありうる。

よって　$f(x)=x^3-3x^2-9x+1$ …①

逆に，関数①が条件をみたすことを示す。

$f'(x)=3x^2-6x-9$

$=3(x+1)(x-3)$

$f'(x)=0$とすると

$x=-1, 3$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	6	↘	-26	↗

したがって $x=3$で極小値-26をとる。$a=-9$，$b=1$，$x=-1$で極大値6

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ は $x=-1$ で極大値 34 をとり，$x=5$ で極小値 d をとる。定数 a，b，c，d の値を求めよ。

$f'(x)=3x^2+2ax+b$　　$f'(-1)=0$，$f'(5)=0$

$x=-1$，$x=5$で極値をもつので，

よって $\begin{cases} 3-2a+b=0 & \cdots① \\ 75+10a+b=0 & \cdots② \end{cases}$

①，②より $a=-6$，$b=-15$

また $f(-1)=34$，$f(5)=d$ であるから

$\begin{cases} -1+a-b+c=34 & \cdots③ \\ 125+25a+5b+c=d & \cdots④ \end{cases}$

③，④と $a=-6$，$b=-15$ より　$c=26$，$d=-74$

以上より　$f(x)=x^3-6x^2-15x+26$ …⑤

ここで終了してはいけない！！

逆に関数⑤が条件をみたすことを示す。

$f'(x)=3x^2-12x-15$

$=3(x+1)(x-5)$

$f'(x)=0$とすると

$x=-1, 5$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	5	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	34	↘	-74	↗

したがって，条件をみたす。

$a=-6$，$b=-15$，$c=26$，$d=-74$