1－19　円のベクトル方程式

1 円のベクトル方程式についてまとめよ。

2 次のような円，直線の方程式を，ベクトルを利用して求めよ。

(1)　中心 O (0, 0)，半径 2 の円

(2)　中心 C (3, 2)，半径 $\sqrt{5}$ の円

(3)　2 点 A (1, 4)，B (3, 0) を直径の両端とする円

(4)　中心 C (1, 1)，半径 $\sqrt{2}$ の円に，点 O (0, 0) で接する直線

(1) 円上の任意の点P(x, y)

$|\overrightarrow{OP}| = 2$

$|\overrightarrow{OP}|^2 = 4$

$x^2 + y^2 = 4$

(2) 円上の任意の点P(x, y)

$|\overrightarrow{CP}| = \sqrt{5}$

$\overrightarrow{CP} = (x-3, y-2)$

$|\overrightarrow{CP}|^2 = 5$

$(x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$

(3) 円上の任意の点P(x, y)

$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$

$\overrightarrow{PA} = (1-x, 4-y)$

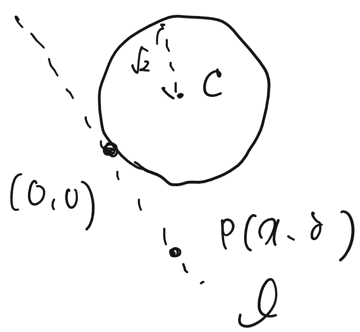
$\overrightarrow{PB} = (3-x, -y)$

$(1-x)(3-x) + (4-y)\times(-y) = 0$

$3 - 3x - x + x^2 - 4y + y^2 = 0$

$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$

(4) 直線上の任意の点P(x, y)



$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$

$x + y = 0$

1－19　円のベクトル方程式

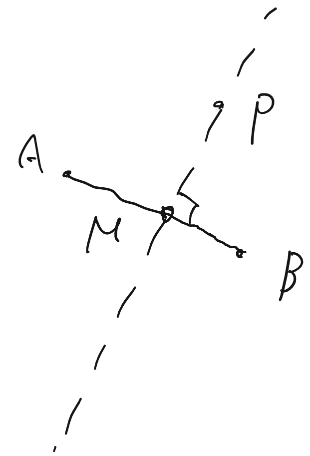
3　A(−6, 2), B(3, −5) とする。線分 AB の垂直二等分線の方程式を，ベクトルを利用して求めよ。

垂直二等分線上の点P(x, y)

線分ABの中点M$\left(\dfrac{-6+3}{2}, \dfrac{2-5}{2}\right)$

$M\left(-\dfrac{3}{2}, -\dfrac{3}{2}\right)$

$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$



$\overrightarrow{MP} = \left(x+\dfrac{3}{2}, y+\dfrac{3}{2}\right)$

$\overrightarrow{AB} = (9, -7)$

$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$ より

$9\left(x+\dfrac{3}{2}\right) - 7\left(y+\dfrac{3}{2}\right) = 0$

$9x - 7y + 3 = 0$

4　平面上の △ABC に対して，条件 $|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}| = 3$ を満たす動点 P はどのような図形を描くか。

A, B, C, P の位置ベクトルを $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{p}$ とする。

$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}| = 3$

$|\vec{a}-\vec{p}+\vec{b}-\vec{p}+\vec{c}-\vec{p}| = 3$

$|(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}) - 3\vec{p}| = 3$

すなわち $\left|\vec{p} - \dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}\right| = 1$

△ABCの重心の位置ベクトル $\vec{g}$ とすると

$\vec{g} = \dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}$

よって $|\vec{p} - \vec{g}| = 1$

したがって △ABCの重心を中心とする半径1の円