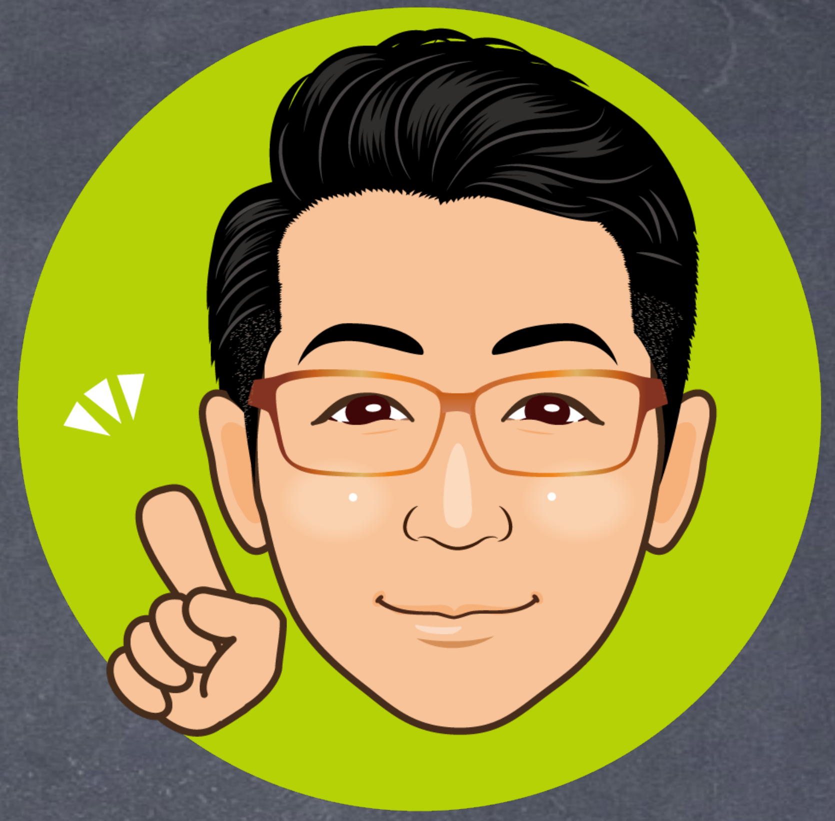
テーマ：
合成関数の微分

○微分の記号について

$y=f(x)$ の導関数を、

y', $f'(x)$, $\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{d}{dx}f(x)$ で表す。

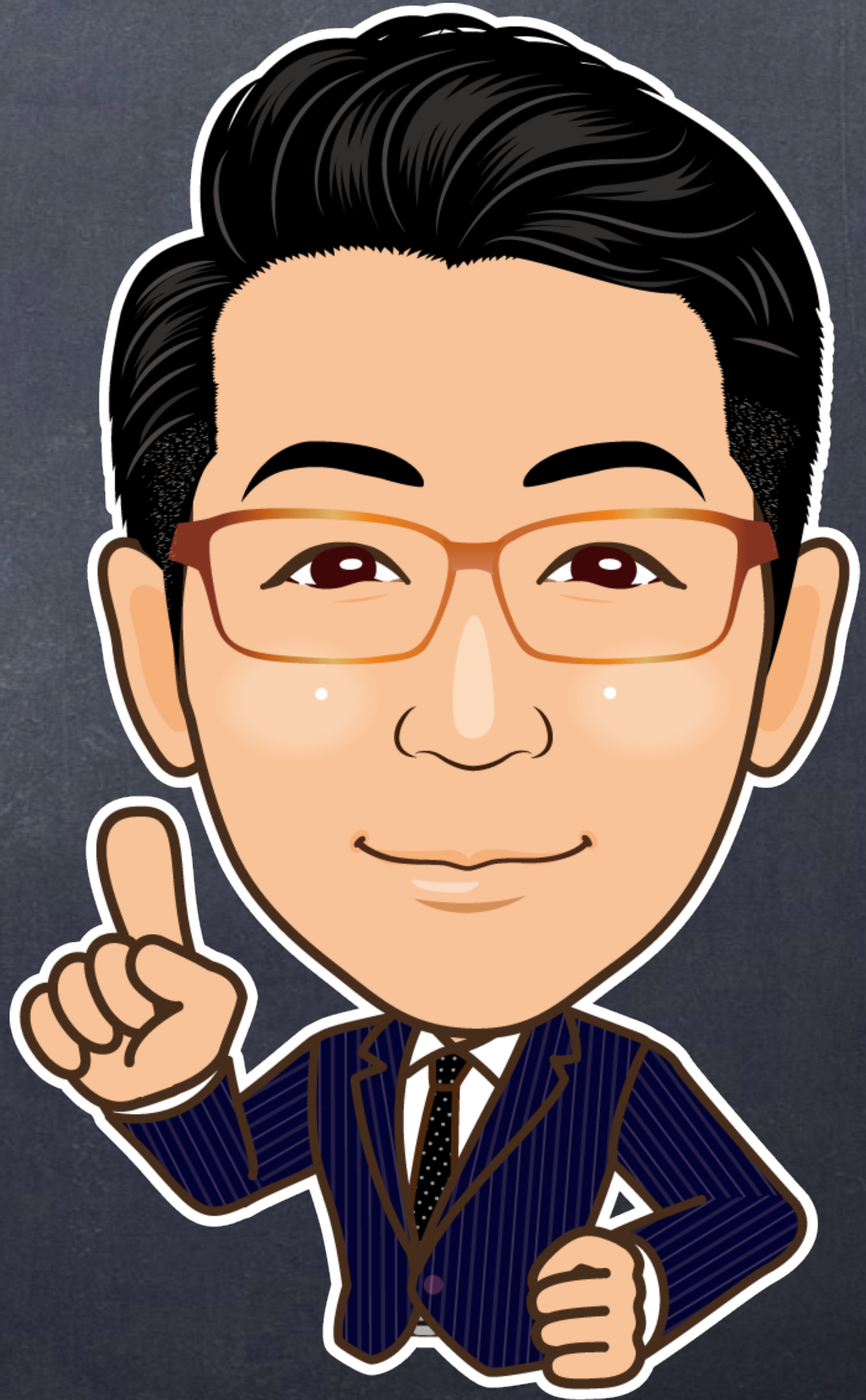
$\dfrac{d}{dx}$ は、x で微分。



$y=f(x)$ において、xの増分を表すのに、Δx

y 〃 Δy を用いると。

$$y' = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0}\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$



。合成関数の微分（□の微分）

(ex) $y=(x^3+1)^2$

これは、

$u=x^3+1$ とすれば、

$y=u^2$ と $u=x^3+1$

の合成関数

$y=f(g(x))$

これは、

$u=g(x)$ とすれば、

$y=f(u)$ と $u=g(x)$

の合成関数

$y=f(u)$, $u=g(x)$ ともに

微分可能なとき、

$$\frac{dy}{dx}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta u}\cdot\frac{\Delta u}{\Delta x}$$

$u=g(x)$ は連続なので、

$\Delta x\to 0$ のとき $\Delta u\to 0$

$$=\lim_{\Delta u\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta u}\cdot\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta u}{\Delta x}$$

$$=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}}$$

◦合成関数の微分（□の微分）

(ex) $y=(x^3+1)^2$

これは、

$u=x^3+1$ とすれば、

$y=u^2$ と $u=x^3+1$

の合成関数

yをuで微分

uをxで微分

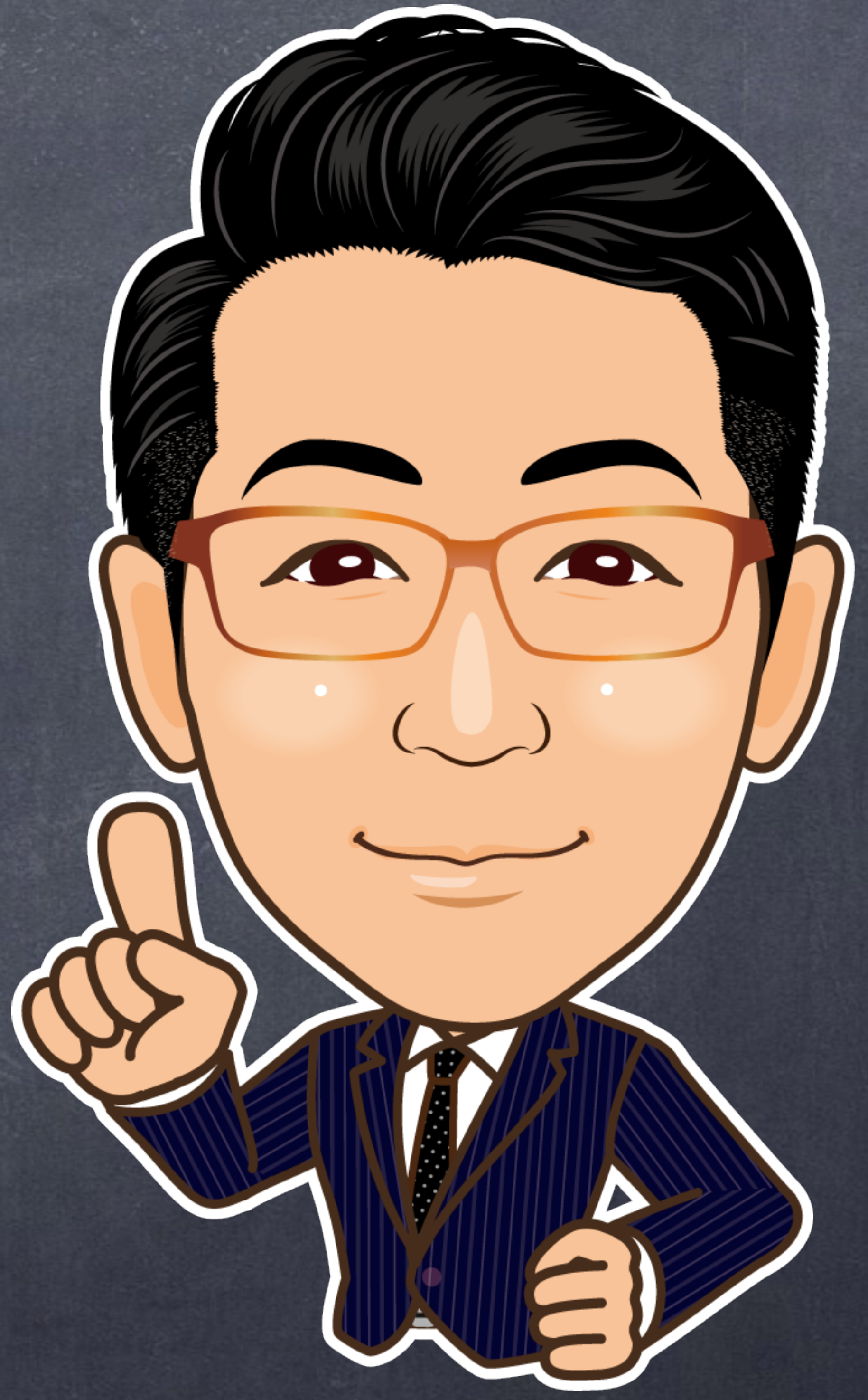
$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\cdot\frac{du}{dx}$$

$$=2u\cdot(3x^2)$$

$$=2(x^3+1)\cdot 3x^2$$

よって　$y=(x^3+1)^2$ のとき

$$\frac{dy}{dx}=6x^2(x^3+1)$$



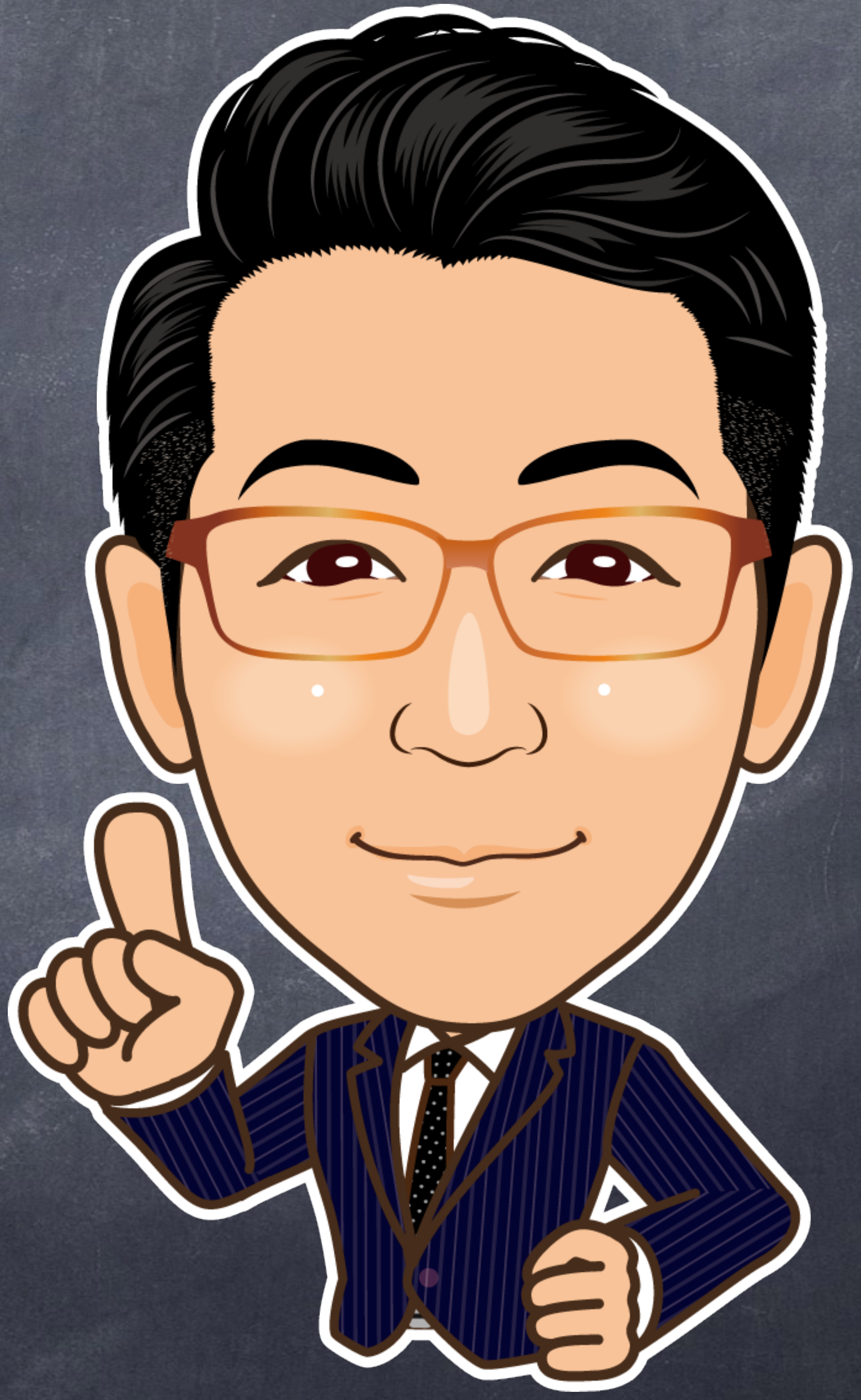
(ex) $y = \dfrac{1}{(2x+1)^3}$

$u = 2x+1$ とおくと.

$y = \dfrac{1}{u^3}$, $u = 2x+1$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= \left(-\frac{3}{u^4}\right) \cdot 2 = \underline{-\frac{6}{(2x+1)^4}}$$



$\Box$ の微分について.

$$y = \left(\boxed{x^3 + 1}\right)^2$$

$$y = \Box^2 , \quad \Box = x^3 + 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\Box} \cdot \frac{d\Box}{dx}$$

$$= 2\Box \times 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x^2(x^3+1)$$

$$y = \left(\boxed{x^3+1}\right)^2$$

$$y' = \left(\Box^2\right)' \times \Box'$$

$$= 2\Box \times 3x^2$$

$$y' = 6x^2(x^3+1)$$