

テーマ：

2次導関数と極値（解説）



1 次関数の極値を、第2次導関数を利用して求めよ。

(1) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$

(2) $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 3$

(3) $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$

(4) $f(x) = 2\sin x - \sqrt{3}x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$

2 第2次導関数を利用して、次関数の極値を求めよ。

(1) $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$

(2) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$

(3) $f(x) = x^3 e^{-x} \quad (x > 0)$

(4) $f(x) = x + 2\sin x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$

- 3 関数 $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ は $x = -1$ で極大となり、そのグラフの変曲点は点 $(0, 1)$ である。定数 a, b, c の値を求めよ。
- 4 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ について、次の問いに答えよ。
- (1) この関数のグラフの変曲点 P の座標を求めよ。
 - (2) この関数のグラフは、点 P に関して対称であることを示せ。

4 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) この関数のグラフの変曲点 P の座標を求めよ。
- (2) この関数のグラフは、点 P に関して対称であることを示せ。

$$(1) f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(x) = 0 \quad x \geq 1$$

$$x = 1$$

$$x < 1 \quad x \geq 1 \quad f''(x) = 6x - 6 < 0$$

$$x > 1 \quad x \geq 1 \quad f''(x) = 6x - 6 > 0$$

変わらない。

$x = 1$ の前後で $f''(x)$ の符号が逆になる。

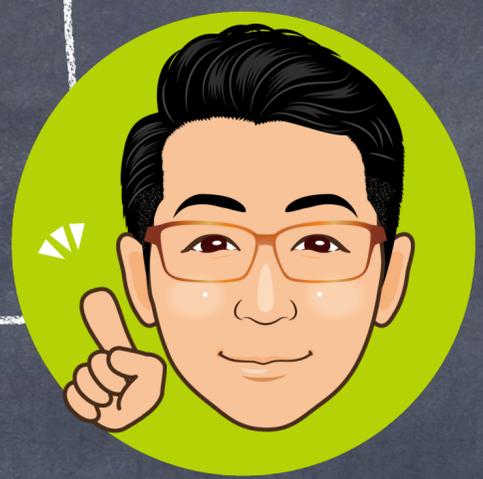
$$f(1) = -1$$

P(1, -1)

4 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ について、次の問いに答えよ。

- (1) この関数のグラフの変曲点 P の座標を求めよ。
- (2) この関数のグラフは、点 P に関して対称であることを示せ。

(2) Point!!
点 P を原点に移動



$f(x)$ を $x \rightarrow x+1$ $y \rightarrow y-1$ 平行移動

$$y-1 = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 1$$

$$y = x^3 - 3x$$

$$g(x) = x^3 - 3x \quad \text{とおく}$$

$$g(-x) = -x^3 + 3x = -g(x)$$

可なり

$g(x)$ は原点対称

したがって

元関数 $f(x)$ は

点 P 対称