テーマ：

関数の最大・最小（解説）

$\boxed{1}$ 次の関数の最大値，最小値を求めよ。

(1) $y=\dfrac{x-1}{x^2+3}$ $(-3\leqq x\leqq 3)$

(2) $y=x+e^{-x}$ $(-2\leqq x\leqq 1)$

(3) $y=x\log x-2x$ $(1\leqq x\leqq e^2)$

(4) $y=x-\sin 2x$ $(0\leqq x\leqq \pi)$

(5) $y=e^{-x}\sin x$ $(0\leqq x\leqq \pi)$

$\boxed{2}$ 次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1) $y=x\sqrt{2-x^2}$

(2) $y=(1-\cos x)\sin x \quad (0 \leqq x \leqq 2\pi)$

(3) $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$

(4) $y=\log(x^2+3)-\log(x+1)$

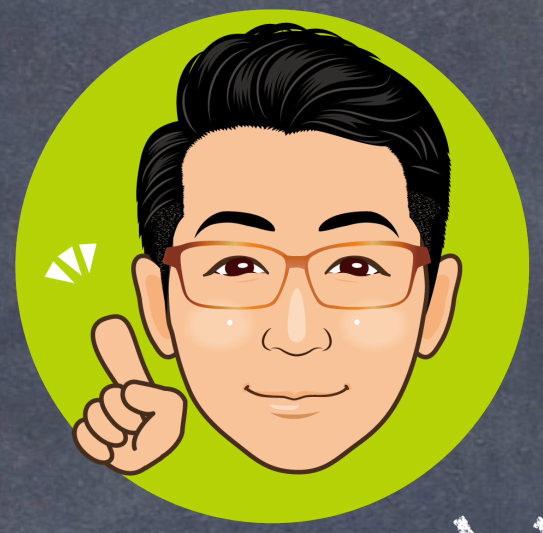
$\boxed{3}$ 関数 $y=(ax+1)e^{-x}$ の最大値が ae となるように，正の定数 a の値を定めよ。

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)=\dfrac{a\sin x}{\cos x+2}$ $(0\leqq x\leqq\pi)$ の最大値が $\sqrt{3}$ であるとき，定数 a の値を求めよ。

(3) $y=\dfrac{x+1}{x^2+1}$

$$y' = \frac{1\cdot(x^2+1)-(x+1)\cdot 2x}{(x^2+1)^2}$$

$$= -\frac{x^2+2x-1}{(x^2+1)^2}$$

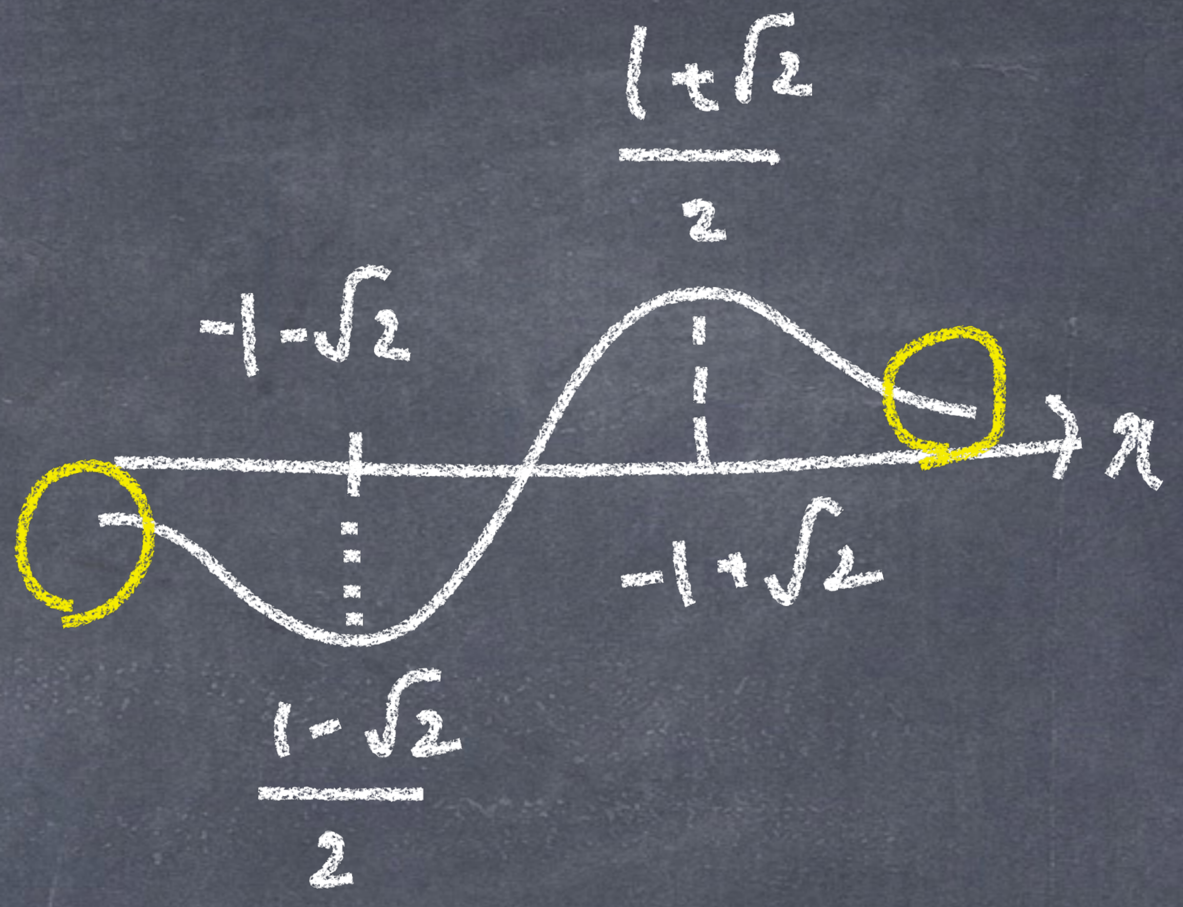


$y'=0$ のとき

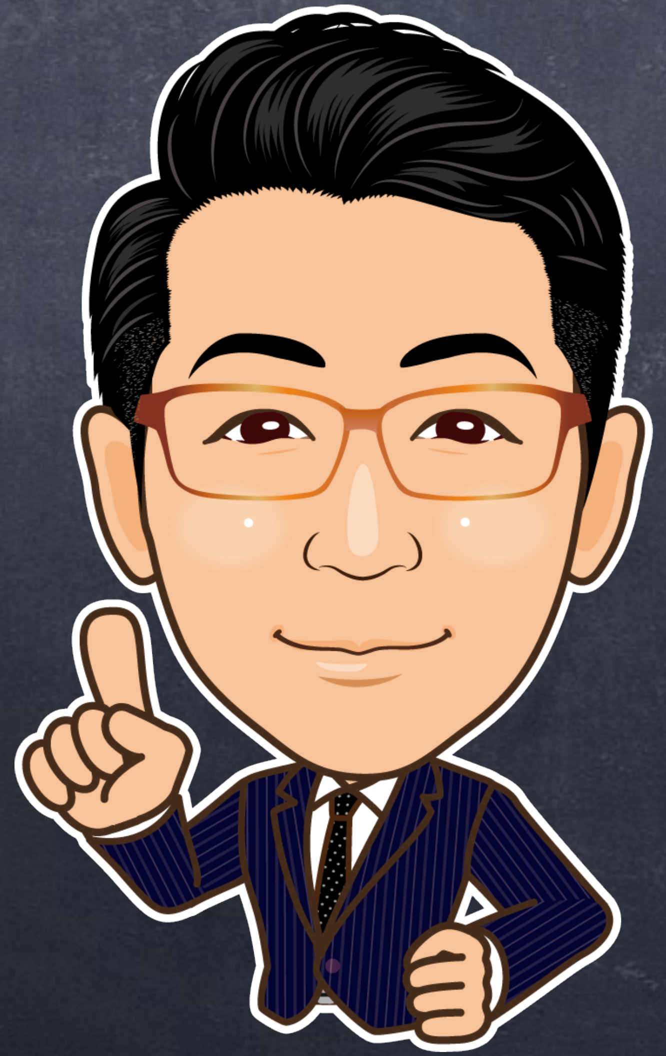
$$x^2+2x-1=0$$

$$x=-1\pm\sqrt{2}$$

x	$\cdots$	$-1-\sqrt{2}$	$\cdots$	$-1+\sqrt{2}$	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	$\frac{1-\sqrt{2}}{2}$	$\nearrow$	$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$	$\searrow$



ここで、$\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x^2+1}=0$，$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{x+1}{x^2+1}=0$ なので、



$x=-1-\sqrt{2}$ のとき 最小値 $\dfrac{1-\sqrt{2}}{2}$

$x=-1+\sqrt{2}$ のとき 最大値 $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$