1 次の関数を微分せよ。

(1)　$y=e^{5x}$　(2)　$y=3^{2x}$　(3)　$y=e^{-x}+e^{-2x}$

(4)　$y=(x+1)e^{x}$　(5)　$y=e^{x^3}$　(6)　$y=2^{-x^2}$

(1) $y'=e^{5x}\cdot 5$

$y'=5e^{5x}$

(2) $y'=3^{2x}\log 3\times 2$

$y'=2\cdot 3^{2x}\log 3$

(3) $y'=e^{-x}\cdot(-1)+e^{-2x}\cdot(-2)$

$y'=-e^{-x}-2e^{-2x}$

(4) $y'=1\cdot e^{x}+(x+1)\cdot e^{x}$

$y'=(x+2)e^{x}$

(5) $y'=e^{x^3}\times 3x^2$

$y'=3x^2\cdot e^{x^3}$

(6) $y'=2^{-x^2}\log 2\times(-2x)$

$y'=-x\cdot 2^{1-x^2}\cdot\log 2$

2 次の関数を微分せよ。

(1)　$y=e^{x}\sin x$　(2)　$y=\dfrac{\cos x}{e^{x}}$　(3)　$y=\dfrac{2^{x}}{x}$

(1) $y'=e^{x}\sin x+e^{x}\cos x$

(2) $y'=\dfrac{-\sin x\, e^{x}-\cos x\cdot e^{x}}{(e^{x})^2}=\dfrac{-\sin x-\cos x}{e^{x}}$

(3) $y'=\dfrac{2^{x}\log 2\cdot x-2^{x}\cdot 1}{x^2}$

$=\dfrac{2^{x}(x\log 2-1)}{x^2}$

3 次の関数を微分せよ。

(1)　$y=e^{x\log x}$　(2)　$y=10^{\sin x}$　(3)　$y=e^{-2x}\cos 2x$

(1) $y'=e^{x\log x}\times\left(\log x+x\cdot\frac{1}{x}\right)$

$y'=e^{x\log x}(\log x+1)$

(2) $y'=10^{\sin x}\log 10\times\cos x$

$y'=\cos x\cdot 10^{\sin x}\cdot\log 10$

(3) $y'=e^{-2x}\cdot(-2)\cos 2x+e^{-2x}\cdot(-\sin 2x)\cdot 2$

$=e^{-2x}(-2\cos 2x-2\sin 2x)$

$=-2e^{-2x}(\sin 2x+\cos 2x)$

4 次の関数を微分せよ。ただし，(1) の a，b は定数とする。

(1)　$y=e^{-ax}\sin bx$

$y'=e^{-ax}\cdot(-a)\sin bx+e^{-ax}\cdot\cos bx\times b$

$=e^{-ax}(-a\sin bx+b\cos bx)$

5 次の関数を微分せよ。ただし，a は定数で，$a>0$，$a\neq 1$ とする。

(1)　$y=e^{4x}$　(2)　$y=(x+3)e^{-x}$　(3)　$y=x^2e^x$

(4)　$y=e^x\cos x$　(5)　$y=e^x\tan x$　(6)　$y=e^{x^2+2x}$

(7)　$y=a^{-3x}$

(1) $y'=e^{4x}\cdot 4$

$y'=4e^{4x}$

(2) $y'=1\cdot e^{-x}+(x+3)\cdot e^{-x}\times(-1)$

$y'=e^{-x}(-x-2)=-e^{-x}(x+2)$

(3) $y'=2xe^x+x^2\cdot e^x$

$y'=xe^x(2+x)$

(4) $y'=e^x\cos x+e^x(-\sin x)$

$=e^x(\cos x-\sin x)$

(5) $y'=e^x\tan x+e^x\cdot\dfrac{1}{\cos^2 x}$

$=e^x\left(\tan x+\dfrac{1}{\cos^2 x}\right)$

(6) $y'=e^{x^2+2x}\cdot(2x+2)$

$y'=2(x+1)e^{x^2+2x}$

(7) $y'=a^{-3x}\cdot\log a\times(-3)$

$y'=-3a^{-3x}\cdot\log a$

6 $\displaystyle\lim_{k\to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}=e$ を用いて，次の極限を求めよ。

(1)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{x}$　(2)　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

(3)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$　(4)　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)^x$

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}\log(1+x)=\lim_{x\to 0}\log(1+x)^{\frac{1}{x}}=\log e=1$

(2) $\dfrac{1}{x}=h$ とおくと $x\to\infty$，$h\to 0$ また

$\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{1}{1+\frac{1}{x}}=\dfrac{1}{1+h}$　よって

$(与式)=\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{1}{(1+h)^{\frac{1}{h}}}=\frac{1}{e}$

(3) $h=2x$ とおく．$\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{h}$　$x\to 0$，$h\to 0$

$(与式)=\displaystyle\lim_{h\to 0}(1+h)^{\frac{2}{h}}=\lim_{h\to 0}\left\{(1+h)^{\frac{1}{h}}\right\}^2=e^2$

(4) $h=-\dfrac{2}{x}$ とおくと．$x=-\dfrac{2}{h}$，$x\to\infty$．$h\to 0$

$(与式)=\displaystyle\lim_{h\to 0}(1+h)^{-\frac{2}{h}}=\lim_{h\to 0}\left\{(1+h)^{\frac{1}{h}}\right\}^{-2}=\frac{1}{e^2}$