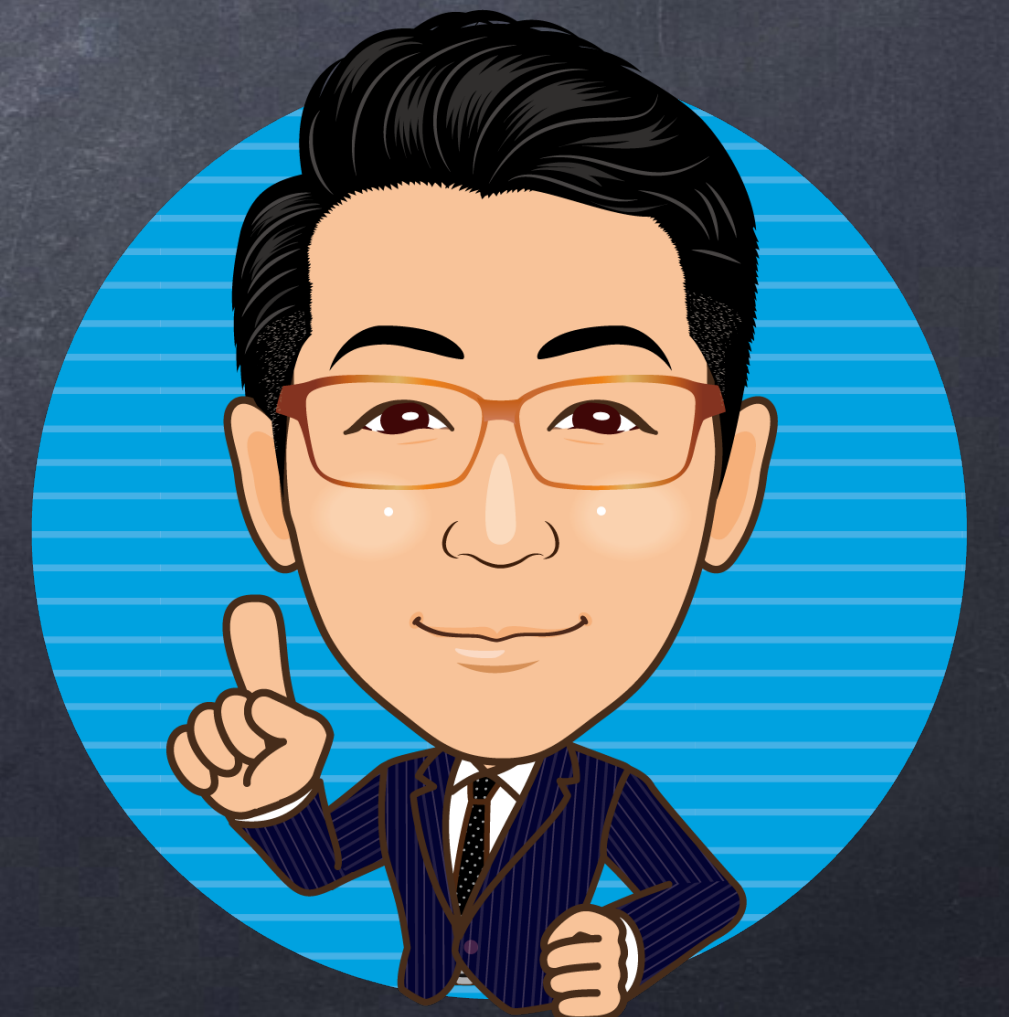


テーマ：  
第 $n$ 次導関数



# 第n次導関数

$$y = f(x) \quad \varepsilon$$

ここで微分

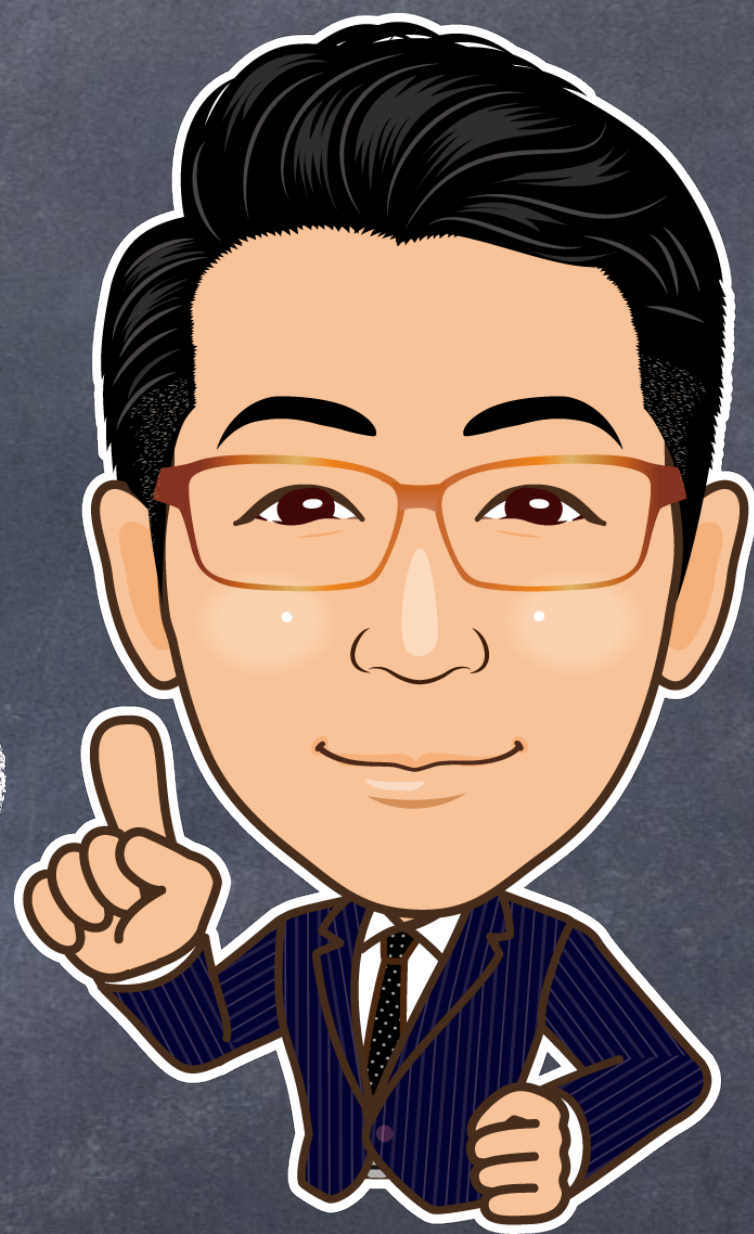
$$\frac{d}{dx}$$

$$y' = f'(x), \quad \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

さらにここで微分

$$y'' = f''(x), \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = f''(x)$$

第2次導関数



$$f'''(x), \quad \frac{d^3 y}{dx^3}, \quad \frac{d^3}{dx^3} f(x)$$

第3次導関数

$$y^{(n)}, \quad f^{(n)}, \quad \frac{d^n y}{dx^n}, \quad \dots$$

第n次導関数

(Ex)

$$(1) \quad y = \sin x$$

$$y' = \cos x$$

$$y'' = -\sin x$$

$$y''' = -\cos x$$

$$(2) \quad y = e^{-x}$$

$$y' = e^{-x} \cdot (-1) = -e^{-x}$$

$$y'' = -e^{-x} \cdot (-1) = (-1)^2 e^{-x} = e^{-x}$$

$$y''' = e^{-x} \cdot (-1) = (-1)^3 e^{-x} = -e^{-x}$$

$\vdots$

$$y^{(n)} = (-1)^n e^{-x}$$

(ix)  $f(x) = x e^x$   $n=1, 2, \dots$

$$f^{(n)}(x) = (x+n) e^x \quad \text{成立}$$

(ii)  $n = k+1$

$$f^{(k)}(x) = (x+k) e^x \quad \text{成立}$$

求导

(i)  $n = 1$

$$f'(x) = (x e^x)'$$

$$= 1 \cdot e^x + x \cdot e^x$$

$$= (x+1) e^x \quad \text{成立}$$



$$f^{(k+1)}(x) = (x+k)' e^x + (x+k) e^x$$

$$= e^x + (x+k) e^x$$

$$= (x+k+1) e^x \quad \text{成立}$$

$n = k+1$  成立

(i), (ii) 自然数  $n=1, 2, \dots$  成立