テーマ：

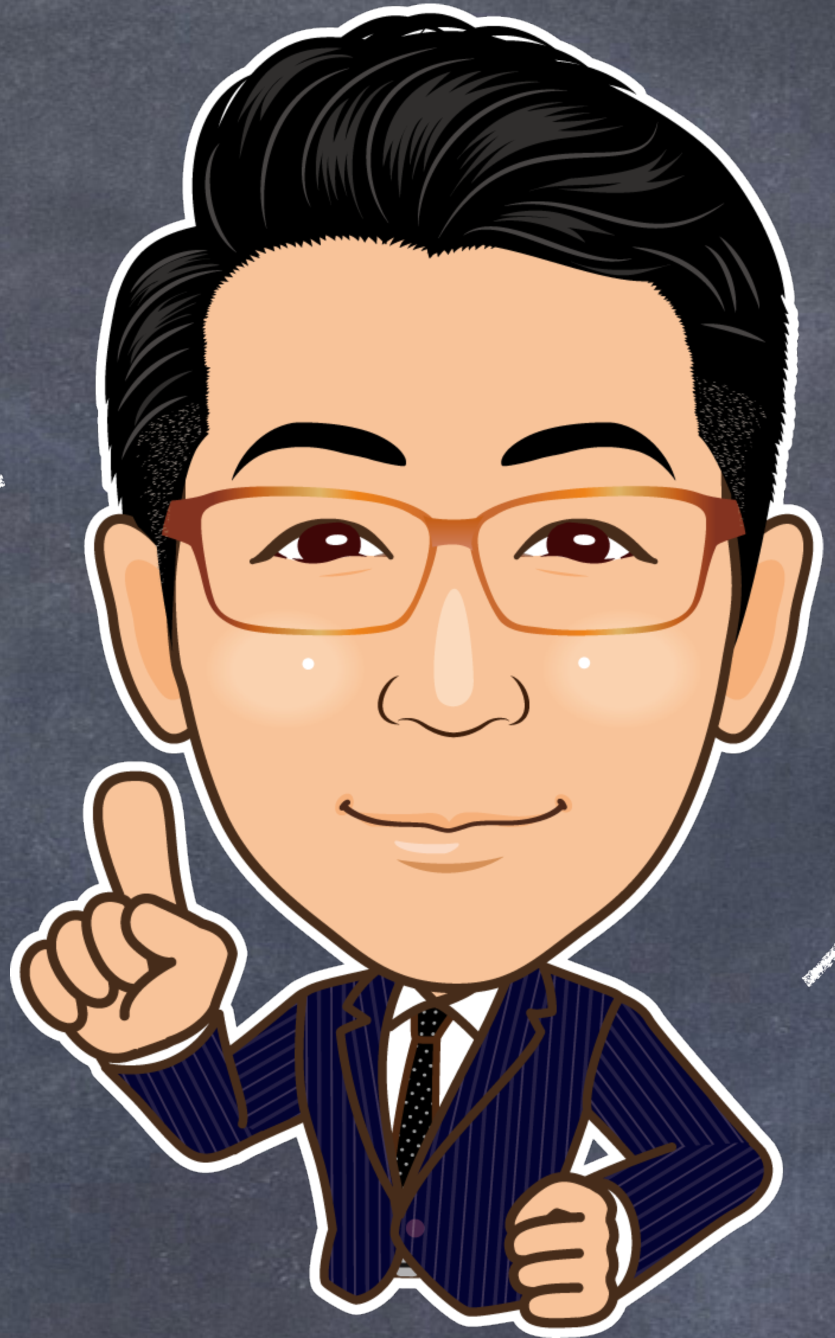
接線の方程式②

(ex) $\boxed{y = \log x \text{ について}}$

(1) 傾きが e である。

$f(x) = \log x$ とおく

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$



$y = f(x)$ 上の点 $(a, \log a)$ について、

接線の方程式

$$y - \log a = \frac{1}{a}(x - a)$$

$$y = \frac{1}{a}x + \log a - 1 \quad \cdots ①$$

傾き e より

$$\frac{1}{a} = e$$

$$a = \frac{1}{e}$$

よって

$$y = ex + \log\frac{1}{e} - 1$$

$$= ex - 1 - 1$$

$$\underline{y = ex - 2}$$

(ex) $y=\log x$ について

接線の方程式

$$y=\frac{1}{a}x+\log a-1 \quad \cdots ①$$

(2) 原点を通る

①に $(0,0)$ を代入

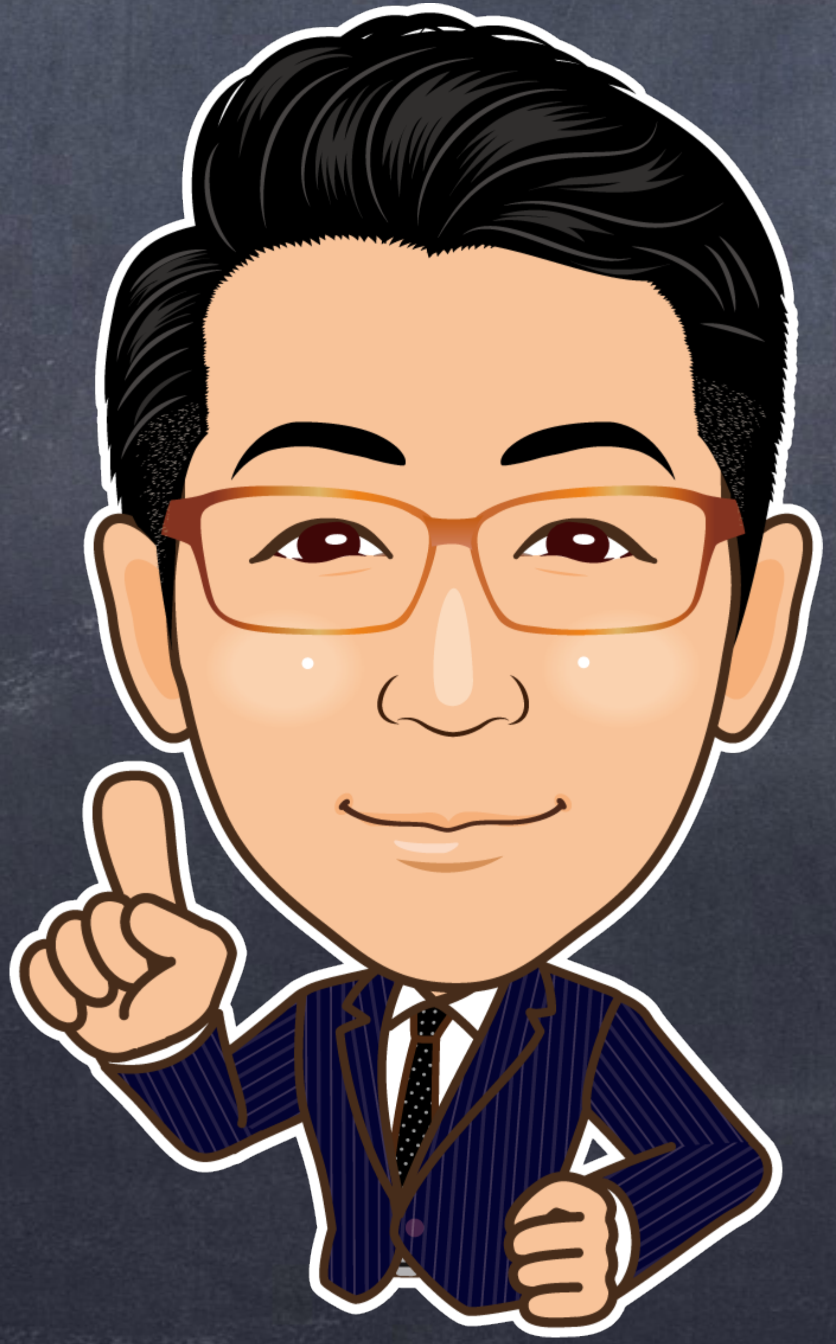
$$0=\log a-1$$

$$\log a=1 , \quad a=e$$

①に代入

$$y=\frac{1}{e}x+\log e-1$$

$$\underline{\underline{y=\frac{1}{e}x}}$$



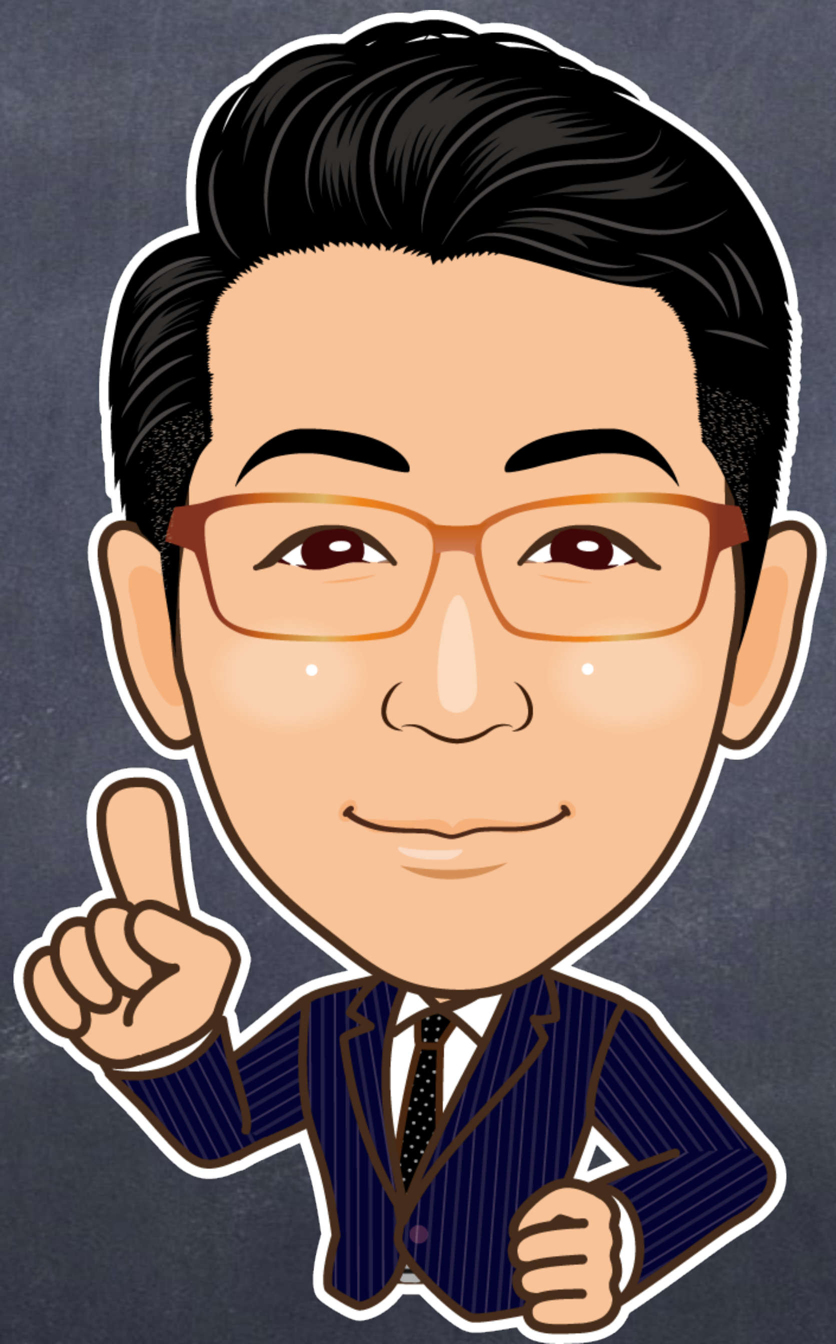
(Ex)

$\boxed{y = e^x \text{ と } y = \log x + 2 \text{ に共通な接線}}$

$f(x) = e^x,\ g(x) = \log x + 2$

とおく

$f'(x) = e^x,\ g'(x) = \dfrac{1}{x}$



$y = f(x)$ 上の点 $(a,\ e^a)$ における接線

$$y - e^a = e^a(x - a)$$

$$y = e^a x + e^a - a e^a$$

$$y = e^a x + e^a(1 - a) \quad \cdots ①$$

また、$y = g(x)$ 上の点 $(t,\ \log t + 2)$

における接線

$$y - (\log t + 2) = \frac{1}{t}(x - t)$$

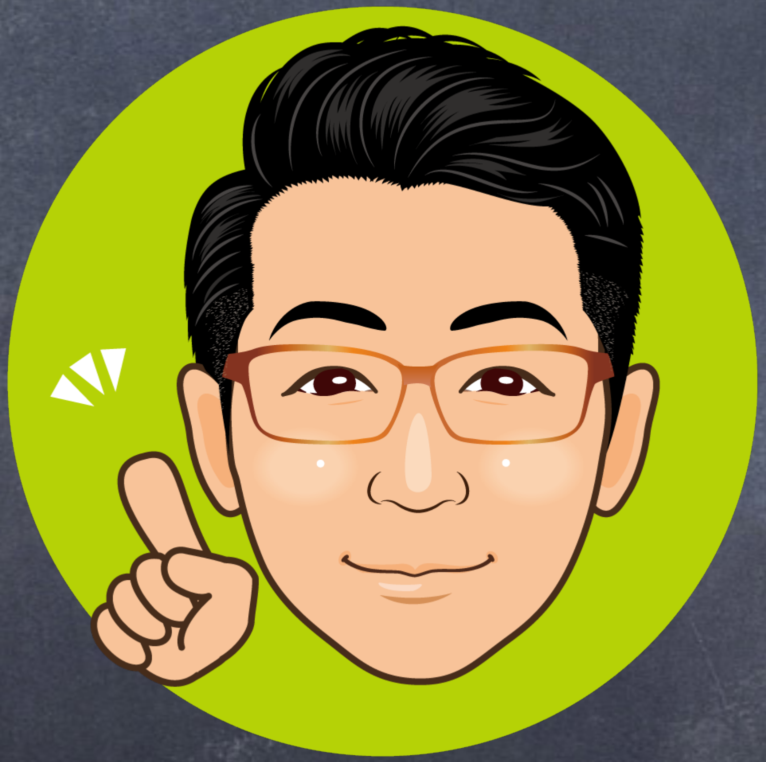
$$y = \frac{1}{t}x + \log t + 1 \quad \cdots ②$$

(Ex)

$\boxed{y=e^x \text{ と } y=\log x+2 \text{ に共通な接線}}$

①,②が一致するためには、

$$\begin{cases} e^a=\dfrac{1}{b} & \cdots ③ \\ e^a(1-a)=\log b+1 & \cdots ④ \end{cases}$$



③を④へ代入

$$e^a(1-a)=\log\frac{1}{e^a}+1$$

$$e^a(1-a)=\log e^{-a}+1$$

$$e^a(1-a)=-a+1$$

$$e^a(1-a)-(1-a)=0$$

$$(1-a)(e^a-1)=0$$

$$a=1,\ e^a=1 \iff a=1,\ a=0$$

よって

$y=x+1$

$y=ex$