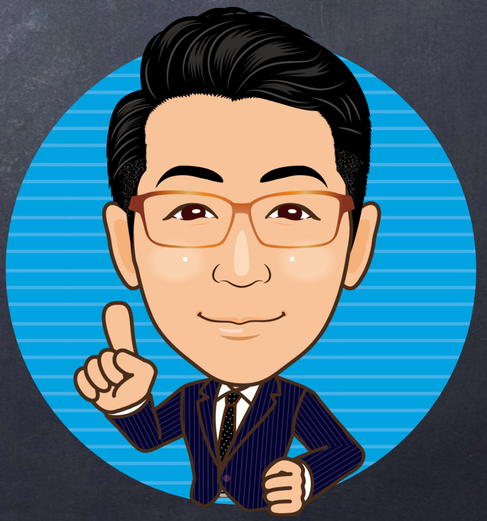
テーマ：

合成関数の微分（解説）



合成関数の微分　　(　　)組(　　)番　名前(　　)

1 次の関数を微分せよ。

(1) $y=(3x^2-x+1)^3$　(2) $y=\dfrac{1}{(2x+1)^2}$　(3) $y=\left(2+\dfrac{1}{x}\right)^4$

2 次の関数を微分せよ。

(1) $y=x^{\frac{2}{5}}$　(2) $y=\sqrt[6]{x^5}$　(3) $y=\sqrt{x^2+4}$　(4) $y=\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$

3 次の関数を微分せよ。

(1) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{2x-3}$　(2) $y=\dfrac{3}{(2x^2-1)^3}$　(3) $y=\sqrt[3]{x^2+4x+5}$

4 次の関数を微分せよ。

(1) $y=\dfrac{x^3}{(5x+1)^2}$　　(2) $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{1+x^2}$

5 次の関数を微分せよ。

(1) $y=(x-1)^2$　　(2) $y=(3x-1)^3$　　(3) $y=(2x-1)(x-2)^2$

(4) $y=(x^2+2x+3)^2$　　(5) $y=\dfrac{1}{(2x^3+3)^2}$　　(6) $y=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3$

6 次の関数を微分せよ。

(1) $y=(x^2+3x-5)^2$　　(2) $y=\dfrac{1}{(x^2+x+1)^2}$　　(3) $y=(x^2-3)^2(x+1)$

(4) $y=\sqrt[5]{x^3}$　　(5) $y=\sqrt{9-x^2}$　　(6) $y=\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$

1 次の関数を微分せよ。

(1) $y=(3x^2-x+1)^3$　　(2) $y=\dfrac{1}{(2x+1)^2}$　　(3) $y=\left(2+\dfrac{1}{x}\right)^4$

(1) $y=(3x^2-x+1)^3$

$u=3x^2-x+1$ とおく。

$y=u^3$

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du}\cdot\dfrac{du}{dx}$

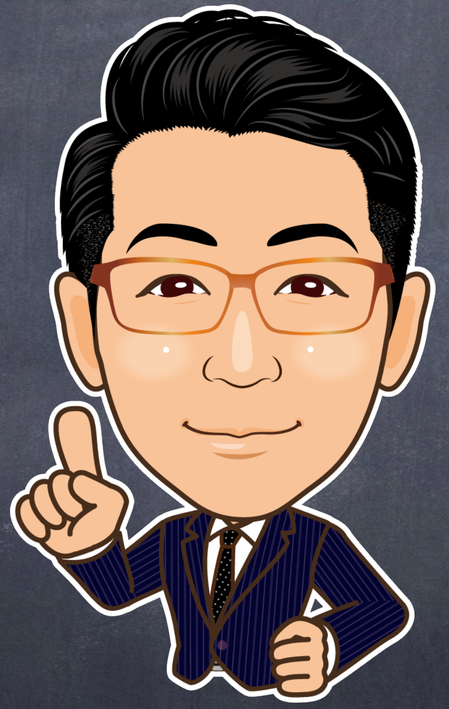
$=3u^2\times(6x-1)$

$=3(3x^2-x+1)^2(6x-1)$

(1) $y=(3x^2-x+1)^3$

$y'=3(\square)^2\times(\square)'$

$=3(3x^2-x+1)(6x-1)$



2 次の関数を微分せよ。

(1) $y=x^{\frac{2}{5}}$　　(2) $y=\sqrt[6]{x^5}$

3 次の関数を微分せよ。

(1) $y=\dfrac{x^2-3x+2}{2x-3}$　　(2) $y=\dfrac{3}{(2x^2-1)^3}$　　(3) $y=\sqrt[3]{x^2+4x+5}$

(2) $y=\sqrt[6]{x^5}$

$y=x^{\frac{5}{6}}$

$y'=\dfrac{5}{6}x^{\frac{5}{6}-1}$

$=\dfrac{5}{6}x^{-\frac{1}{6}}$

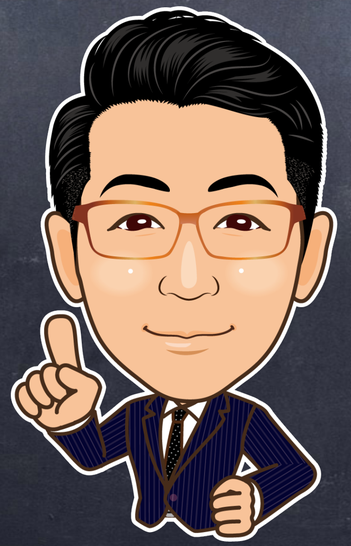
$y'=\dfrac{5}{6\sqrt[6]{x}}$

(3) $y=\sqrt[3]{x^2+4x+5}$

$=(x^2+4x+5)^{\frac{1}{3}}$

$y'=\dfrac{1}{3}(x^2+4x+5)^{-\frac{2}{3}}\times(2x+4)$

$=\dfrac{2x+4}{3\sqrt[3]{(x^2+4x+5)^2}}$



〈まとめ〉

- $(x^n)' = nx^{n-1}$
- ①と④を利用して③を導く.

$$\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}' = \left[f(x)\times\{g(x)\}^{-1}\right]'$$

$$= f'(x)\times\{g(x)\}^{-1} + f(x)\times\left[\{g(x)\}^{-1}\right]'$$

$$= \frac{f'(x)}{g(x)} - f(x)\times\{g(x)\}^{-2}\times g'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$