テーマ：

指数関数の導関数（解説）

指数関数の導関数　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$ 次の関数を微分せよ。

(1) $y=e^{5x}$　　(2) $y=3^{2x}$　　(3) $y=e^{-x}+e^{-2x}$

(4) $y=(x+1)e^{x}$　　(5) $y=e^{x^3}$　　(6) $y=2^{-x^2}$

$\boxed{2}$ 次の関数を微分せよ。

(1) $y=e^{x}\sin x$　　(2) $y=\dfrac{\cos x}{e^{x}}$　　(3) $y=\dfrac{2^{x}}{x}$

$\boxed{3}$ 次の関数を微分せよ。

(1) $y=e^{x\log x}$　　(2) $y=10^{\sin x}$　　(3) $y=e^{-2x}\cos 2x$

$\boxed{4}$ 次の関数を微分せよ。ただし，(1) の a，b は定数とする。

(1) $y=e^{-ax}\sin bx$

指数関数の導関数

(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　)

5 次の関数を微分せよ。ただし，a は定数で，$a>0$，$a\neq 1$ とする。

(1) $y=e^{4x}$　　(2) $y=(x+3)e^{-x}$　　(3) $y=x^2e^x$

(4) $y=e^x\cos x$　　(5) $y=e^x\tan x$　　(6) $y=e^{x^2+2x}$

(7) $y=a^{-3x}$

6 $\lim_{k\to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}=e$ を用いて，次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\log(1+x)}{x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^x$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)^x$

1 次の関数を微分せよ。

(1) $y=e^{5x}$　(2) $y=3^{2x}$　(3) $y=e^{-x}+e^{-2x}$

(4) $y=(x+1)e^{x}$　(5) $y=e^{x^3}$　(6) $y=2^{-x^2}$

(2) $y=3^{2x}$

$y'=3^{2x}\log 3\times(2x)'$

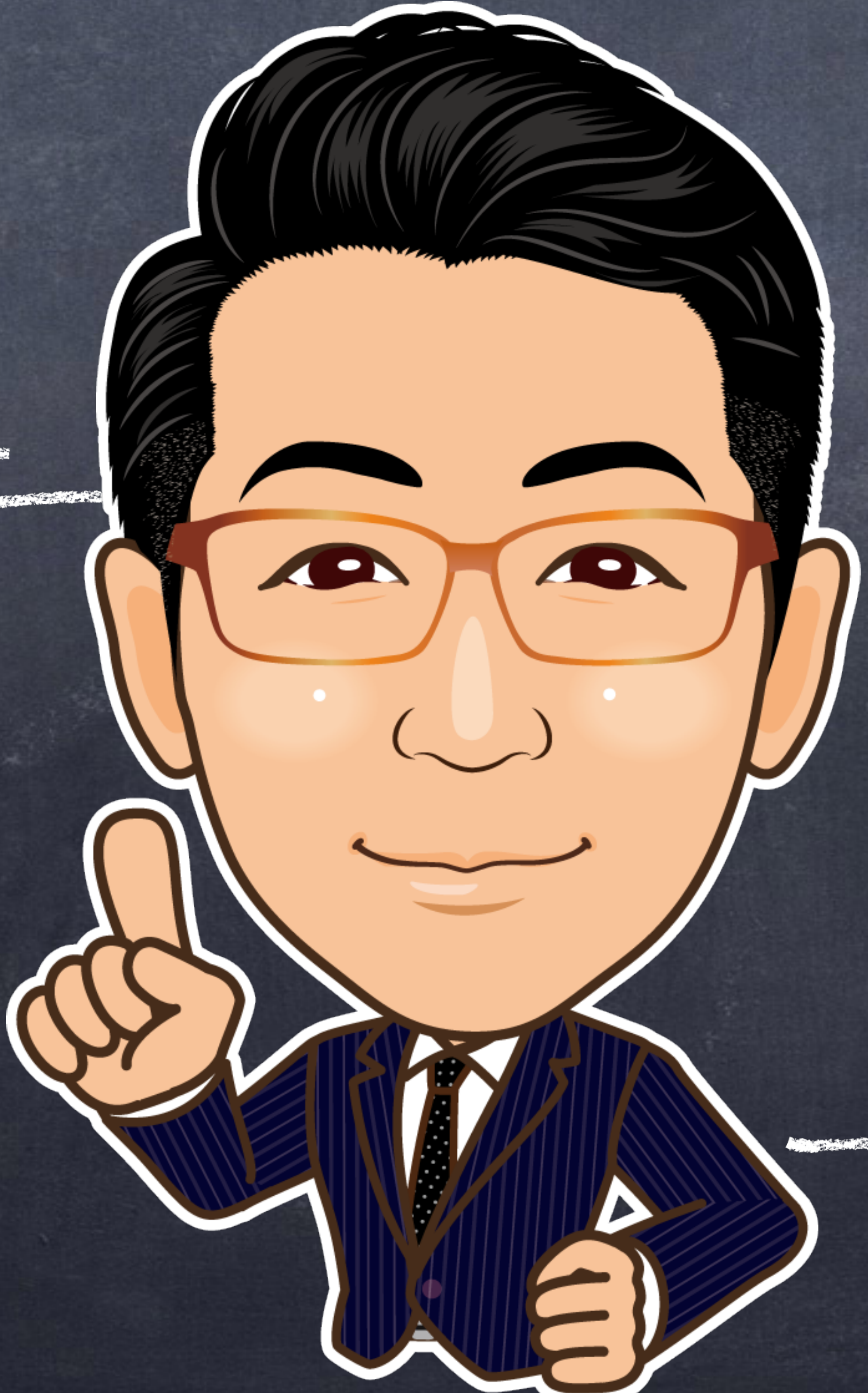
$y'=2\cdot 3^{2x}\log 3$

(6) $y=2^{-x^2}$

$y'=2^{-x^2}\cdot\log 2\times(-x^2)'$

$y'=-2x\cdot 2^{-x^2}\log 2$

$y'=-x\cdot 2^{1-x^2}\log 2$



$\boxed{2}$ 次の関数を微分せよ。

(1) $y=e^x\sin x$　　(2) $y=\dfrac{\cos x}{e^x}$　　(3) $y=\dfrac{2^x}{x}$

(1) $y = e^x \sin x$

$y' = (e^x)' \sin x + e^x \cdot (\sin x)'$

$= e^x \sin x + e^x \cos x$

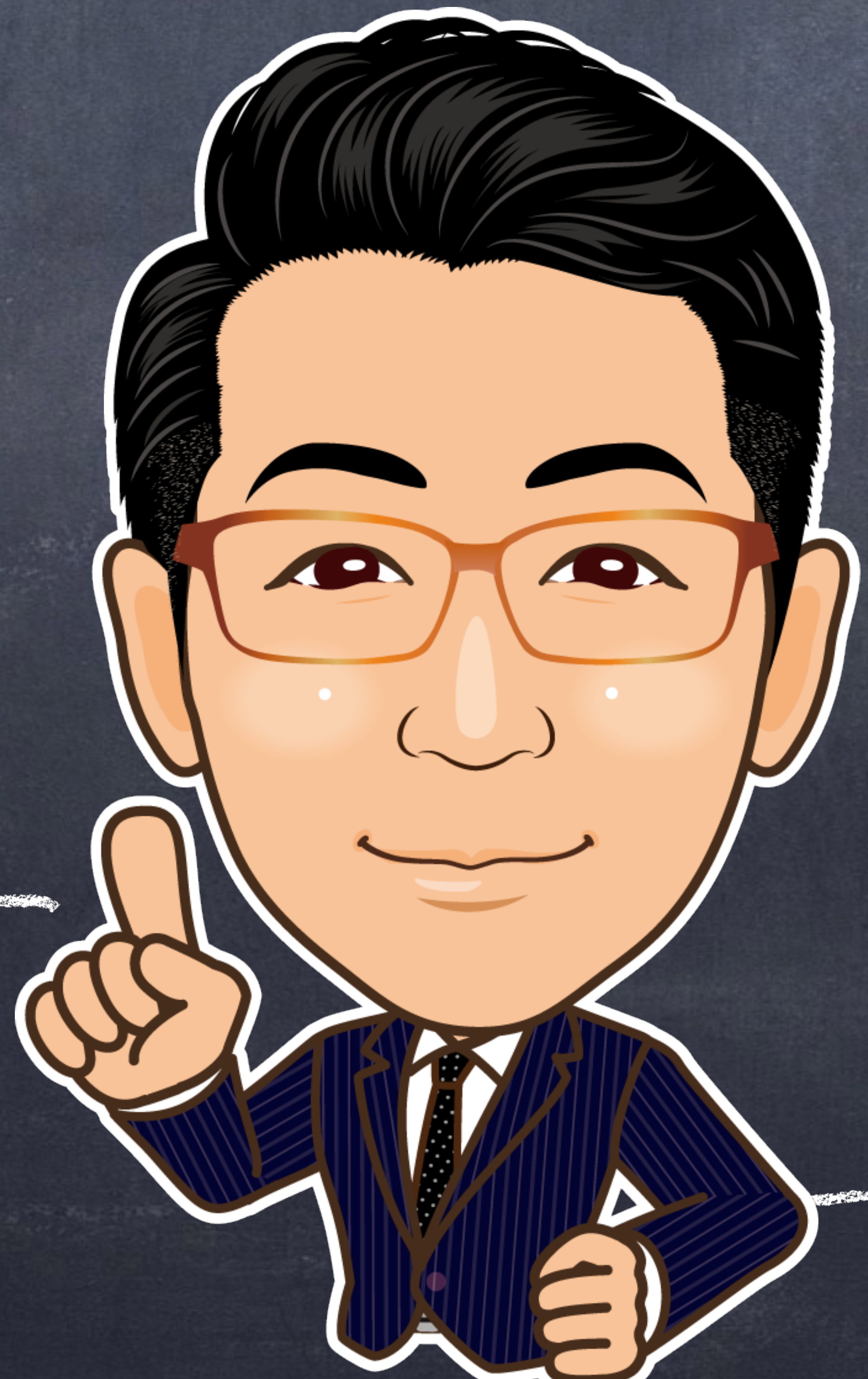
$y' = e^x (\sin x + \cos x)$

(3) $y = \dfrac{2^x}{x}$

$$y' = \frac{(2^x)'x - 2^x \cdot x'}{x^2}$$

$$= \frac{2^x \log 2 \times x - 2^x}{x^2}$$

$$y' = \frac{2^x (x \log 2 - 1)}{x^2}$$



$\boxed{3}$ 次の関数を微分せよ。

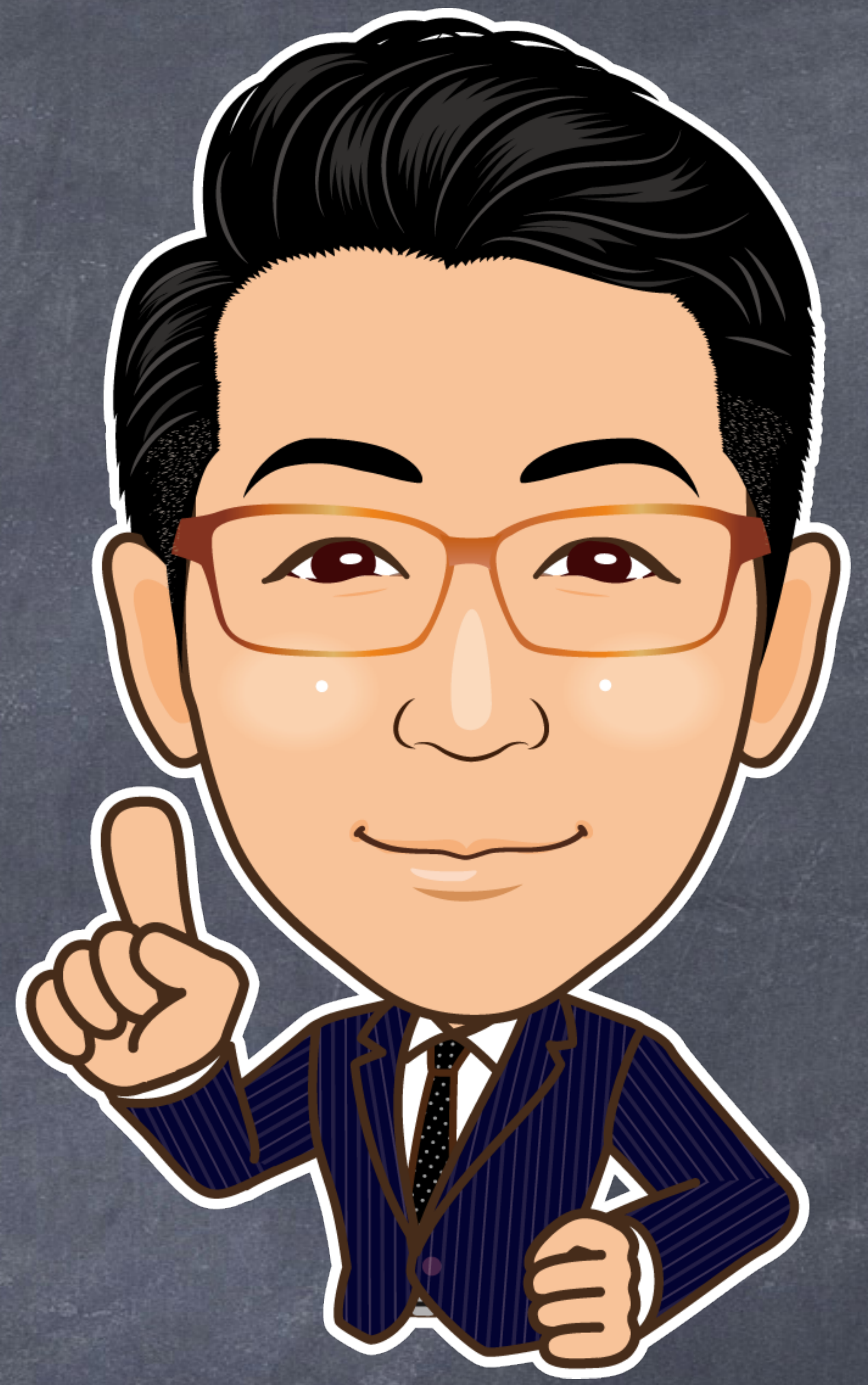
(1)　$y=e^{x\log x}$

(1) $y = e^{x\log x}$

$$y' = e^{x\log x} \times (x\log x)'$$

$$= e^{x\log x} \times \{x'\log x + x\cdot(\log x)'\}$$

$$= e^{x\log x}\left(\log x + x\cdot\frac{1}{x}\right)$$



$$\underline{\underline{y' = (\log x+1)e^{x\log x}}}$$

6 $\lim_{k\to 0}(1+k)^{\frac{1}{k}}=e$ を用いて，次の極限を求めよ。

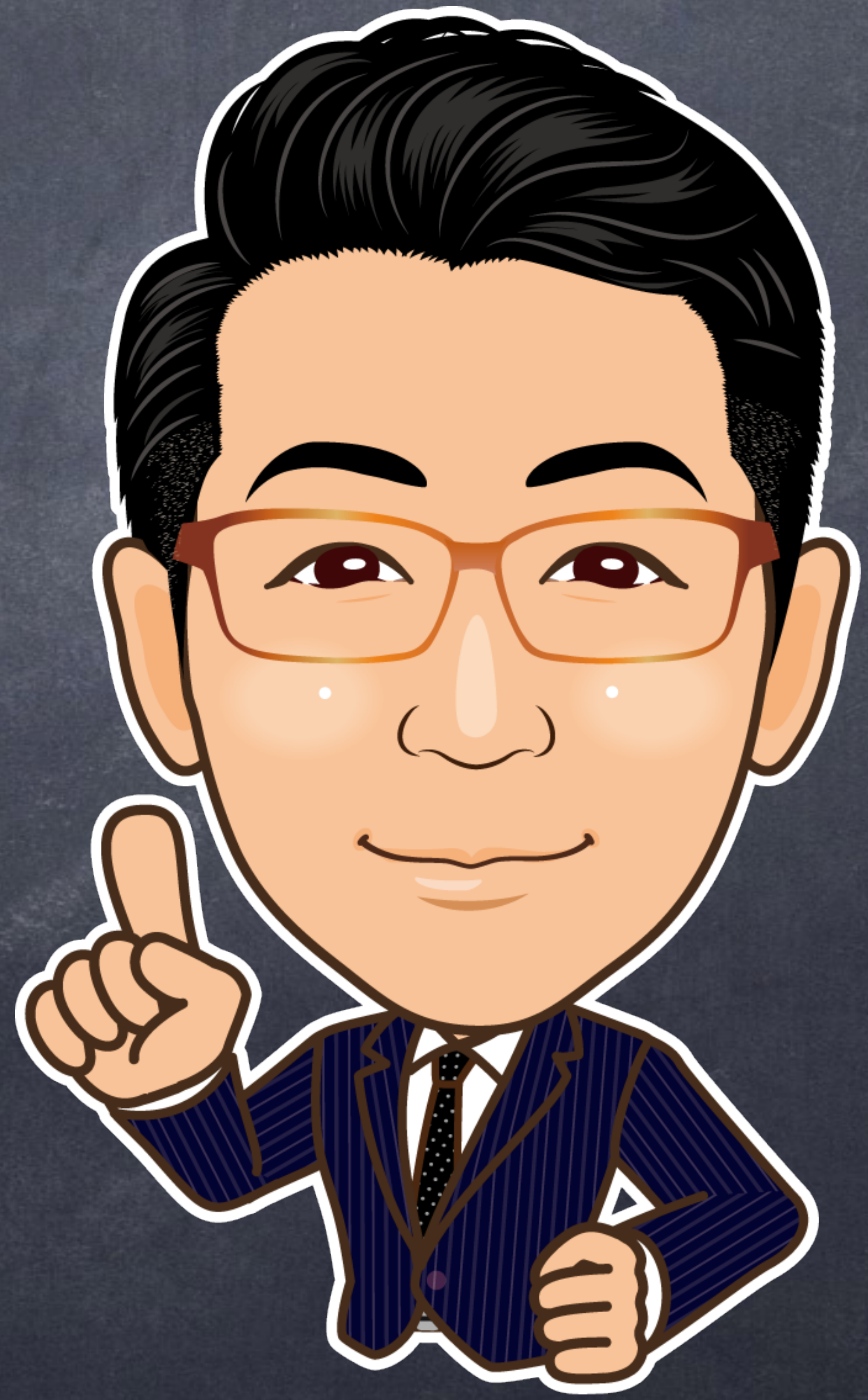
(1) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\log(1+x)}{x}$　　(2) $\lim_{x\to\infty}\left(\dfrac{x}{x+1}\right)^{x}$

(3) $\lim_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$　　(4) $\lim_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^{x}$

(1) $\lim_{x\to 0}\dfrac{\log(1+x)}{x}$

$=\lim_{x\to 0}\dfrac{1}{x}\log(1+x)$

$=\lim_{x\to 0}\log(1+x)^{\frac{1}{x}}=\log e=\underline{\underline{1}}$



6 $\displaystyle\lim_{k\to0}(1+k)^{\frac{1}{k}}=e$ を用いて，次の極限を求めよ。

(1) $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\log(1+x)}{x}$　　(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^{x}$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to0}(1+2x)^{\frac{1}{x}}$　　(4) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{2}{x}\right)^{x}$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^{x}$

$$=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\right)^{x}$$

$k=\frac{1}{x}$ とおくと，$x\to\infty$ のとき
$k\to0$

$$=\lim_{k\to0}\left(\frac{1}{1+k}\right)^{\frac{1}{k}}$$

$$=\lim_{k\to0}\frac{1}{(1+k)^{\frac{1}{k}}}$$

$$=\underline{\underline{\frac{1}{e}}}$$