

1 次関数の第2次導関数, 第3次導関数を求めよ。

(1) $y = x^4 - 5x^3 + 8x - 2$

(2) $y = \sin 2x$

(3) $y = 3^x$

(4) $y = \log(x+1)$

(5) $y = \frac{1}{x+3}$

(6) $y = (x+1)e^{-x}$

2 次の等式が成り立つことを証明せよ。ただし, a, b, k は定数とする。

(1) $y = ae^{kx} + be^{-kx}$ のとき $y'' = k^2y$

(2) $y = a\sin kx + b\cos kx$ のとき $y'' = -k^2y$

3 関数 $f(x) = \log x$ について, 次のことを数学的帰納法で証明せよ。

$$f^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}$$

4 自然数 n に対して, $\frac{d^n}{dx^n} \cos x = \cos\left(x + \frac{n}{2}\pi\right)$ が成り立つことを, 数学的帰納法で証明せよ。

5 次の関数の第2次導関数, 第3次導関数を求めよ。

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ (2) $y = \log(x^2 + 1)$ (3) $y = e^x \cos x$

6 次の関数の第2次導関数, 第3次導関数を求めよ。

(1) $y = \sqrt{x}$ (2) $y = xe^{2x}$ (3) $y = x \sin x$