テーマ：

対数関数の導関数応用（解説）

対数関数の導関数応用　　　　　　　　　　　　(　　)組(　　)番　名前(　　　　　　　　　　)

$\boxed{1}$ 関数 $y=x^{2x}$ $(x>0)$ を微分せよ。

$\boxed{2}$ 対数微分法により，次の関数を微分せよ。ただし，(3) の a は定数とする。

(1) $y=\dfrac{(x+3)^4}{(x+1)^2(x+2)^3}$

(2) $y=\sqrt[4]{(x+1)(x^2+2)}$

(3) $y=\dfrac{x^2}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}}$

(4) $y=x^{\sin x}$ $(x>0)$

(5) $y=\dfrac{1}{x^{\log x}}$ $(x>0)$

(6) $y=x^{\frac{1}{x}}$ $(x>0)$

$\boxed{3}$ 対数微分法により，次の関数を微分せよ。ただし，a は定数とする。

(1) $y=\dfrac{(x+1)^2}{(x+2)^3(x+3)^4}$　　(2) $y=\dfrac{(1+x)^3(1-2x)}{(1-x)(1+2x)^3}$

(3) $y=\sqrt[4]{(x+1)(x^2+2)}$　　(4) $y=\dfrac{x}{\sqrt{(a^2+x^2)^3}}$

$\boxed{1}$ 関数 $y=x^{2x}$ $(x>0)$ を微分せよ。

$x>0$ より

$x^{2x}>0$ である

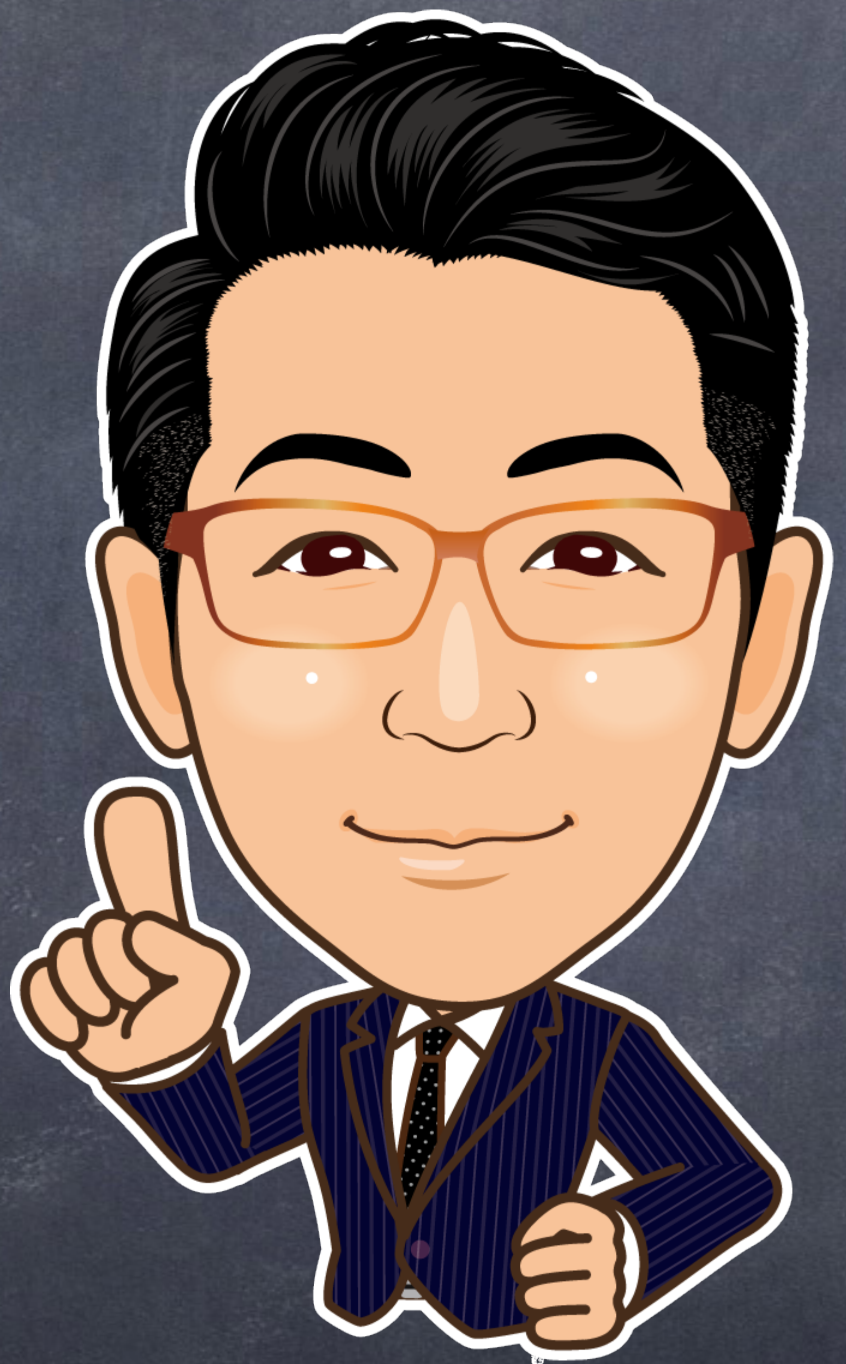
両辺に自然対数をとる

$$\log y = \log x^{2x}$$

$$\log y = 2x\log x$$

x で微分

$$\frac{d}{dx}\log y = 2\log x + 2x\cdot\frac{1}{x}$$



$$\frac{dy}{dx}\cdot\frac{d}{dy}\log y = 2\log x + 2$$

$$\frac{dy}{dx}\cdot\frac{1}{y} = 2(\log x+1)$$

$$\frac{dy}{dx} = y\times 2(\log x+1)$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x^{2x}(\log x+1)$$

(4) $y=x^{\sin x}$ $(x>0)$

$x>0$ より

$x^{\sin x}>0$

両辺に自然対数をとる.

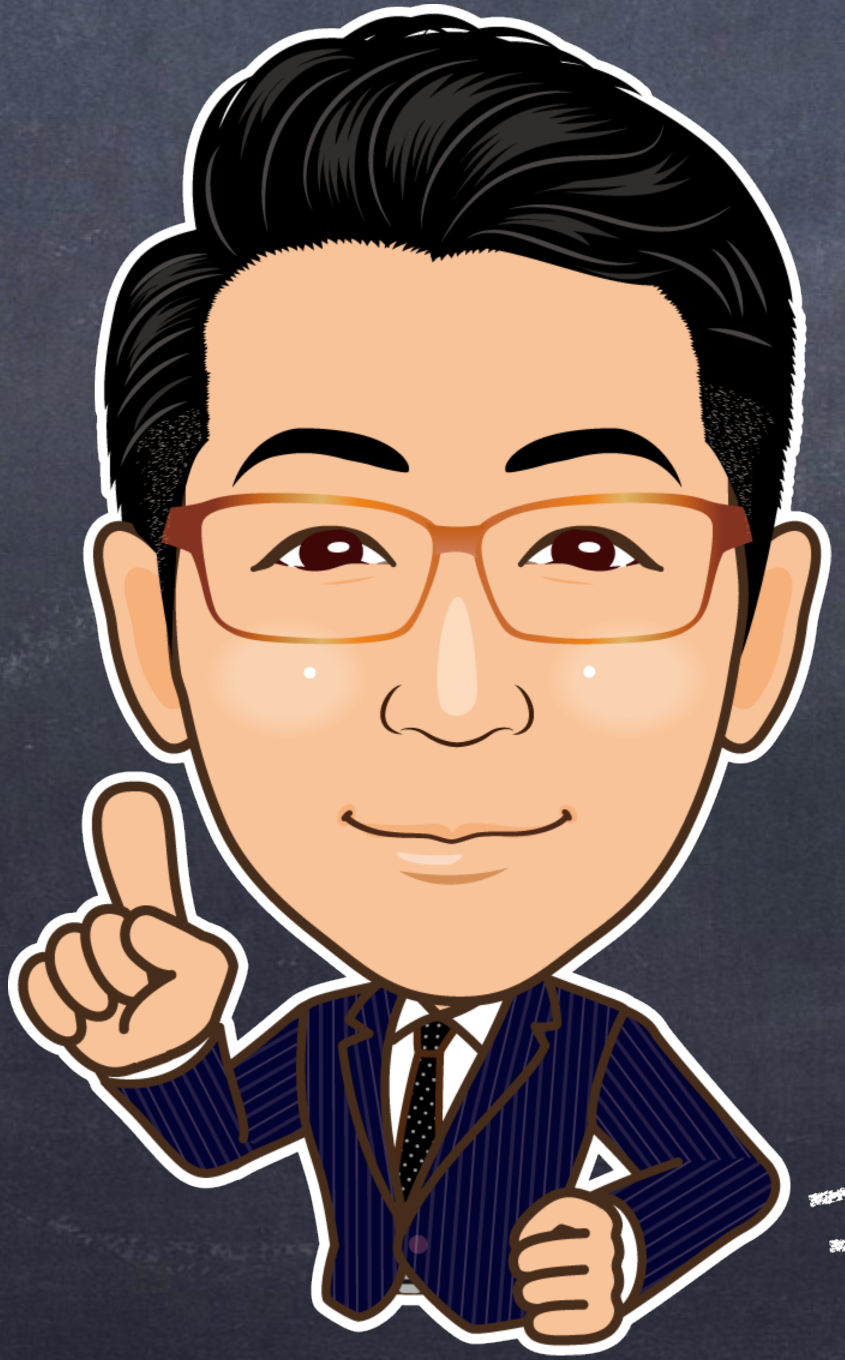
$$\log y = \log x^{\sin x}$$

$$\log y = \sin x \log x$$

両辺を x で微分

$$\frac{dy}{dx}\cdot\frac{1}{y} = \cos x \log x + \sin x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = y\left(\cos x \log x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

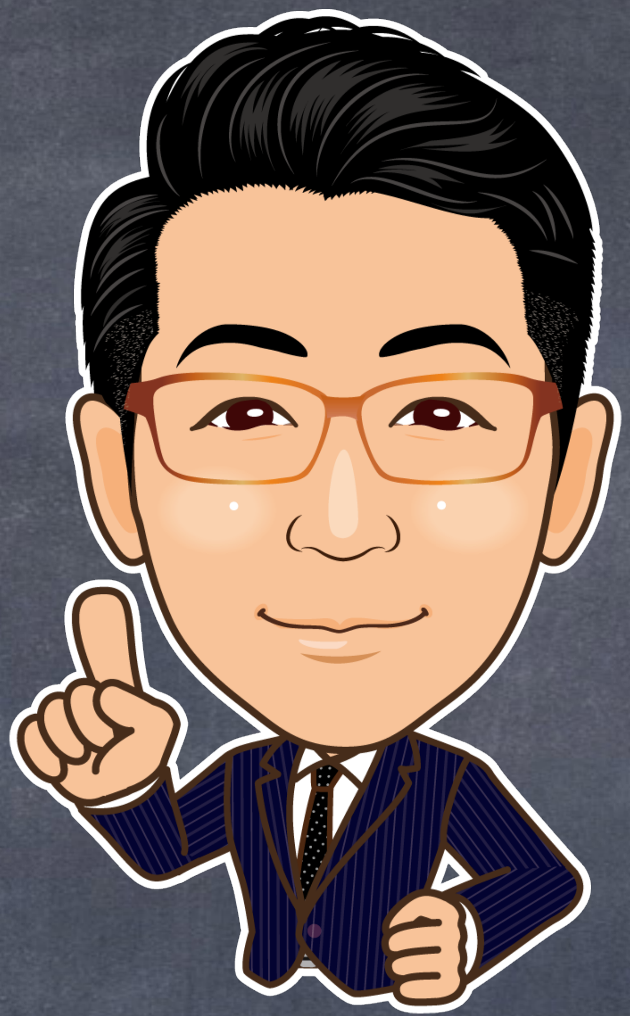


$$\frac{dy}{dx} = x^{\sin x}\left(\cos x \log x + \frac{\sin x}{x}\right)$$

(5) $y=\dfrac{1}{x^{\log x}}$ $(x>0)$

$x>0$ より $x^{\log x}>0$

両辺に自然対数をとる



$$\log y = \log \frac{1}{x^{\log x}}$$

$$= \log 1 - \log x^{\log x}$$

$$= -\log x \times \log x$$

$$\log y = -(\log x)^2$$

x で微分

$$\frac{dy}{dx}\cdot\frac{1}{y} = -2\log x \times (\log x)'$$

$$\frac{dy}{dx} = y \times \left(-2\log x \times \frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x^{\log x}} \times \frac{-2\log x}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2\log x}{x^{1+\log x}}$$