1　次の関数の極値を求めよ。

(1)　$y=(x+2)e^{x}$　　(2)　$y=\dfrac{2x}{x^2+2}$　　(3)　$y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

(4)　$y=\dfrac{\log x}{x^2}$　　(5)　$y=2\sin x+\cos 2x$　$(0\leqq x\leqq 2\pi)$

(1) $y'=e^x+(x+2)e^x$

$=e^x(x+3)$

$y'=0$ とすると $x=-3$

x	$\cdots$	-3	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$
y	↘		↗

$x=-3$ のとき 極小値 $-\dfrac{1}{e^3}$

(2) $y'=\dfrac{2(x^2+2)-2x\cdot 2x}{(x^2+2)^2}$

$y'=-\dfrac{2(x^2-2)}{(x^2+2)^2}$

$y'=0$ とすると $x=\pm\sqrt{2}$

x	$\cdots$	$-\sqrt{2}$	$\cdots$	$\sqrt{2}$	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘		↗		↘

$x=-\sqrt{2}$ のとき 極小値 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$x=\sqrt{2}$ のとき 極大値 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3)

$y'=\dfrac{1\cdot\sqrt{x^2+1}-(x+1)\cdot\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2}$

$=\dfrac{1-x}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

$y'=0$ とすると $x=1$

x	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$
y	↗		↘

$x=1$ のとき 極大値 $\sqrt{2}$

(4) $y'=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x^2-\log x\cdot 2x}{(x^2)^2}=\dfrac{x-\log x\cdot 2x}{x^4}=\dfrac{1-2\log x}{x^3}$

$y'=0$ とすると $x=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$

x	0	$\cdots$	$\sqrt{e}$	$\cdots$
y'	／	$+$	0	$-$
y	／	↗		↘

$x=\sqrt{e}$ のとき 極大値 $\dfrac{1}{2e}$

(5) $y'=2\cos x+(-\sin 2x)\times 2$

$=2\cos x-4\sin x\cos x$

$=2\cos x(1-2\sin x)$

$y'=0$ とすると $\cos x=0$, $\sin x=\dfrac{1}{2}$

$0<x<2\pi$ において $x=\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{3}{2}\pi, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5}{6}\pi$

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{6}$	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	$\frac{5}{6}\pi$	$\cdots$	$\frac{3}{2}\pi$	$\cdots$	2π
y'	／	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	／
y		↗		↘		↗		↘		↗	

$x=\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{5}{6}\pi$ のとき 極大値 $\dfrac{3}{2}$

$x=\dfrac{\pi}{2}$ のとき 極小値 1, $x=\dfrac{3}{2}\pi$ のとき 極小値 -3

2 次の関数の極値を求めよ。

(1)　$y=|x^2+2x|$　　(2)　$y=|x|\sqrt{3-x}$　　(3)　$y=\sqrt[5]{x^2}$

(1) (i) $x \leqq -2,\ 0 \leqq x$ のとき $y = x^2+2x$

$y' = 2x+2$　$y'=0$ となる x は存在しない

(ii) $-2<x<0$ のとき $y' = -x^2-2x$

$y' = -2x-2$　$y'=0$ となると $x=-1$

(iii) $x=-2,\ 0$ で微分可能でない

x	…	-2	…	-1	…	0	…
y'	$-$	/	$+$	0	$-$	/	$+$
y	↘		↗		↘		↗

$x=-1$ のとき 極大値 1

$x=-2,\ 0$ のとき 極小値 0

(2) $3-x \geqq 0$ より

$x \leqq 3$

(i) $x \leqq 0$ のとき

$y = -x\sqrt{3-x}$

$y' = -\sqrt{3-x} - x\dfrac{-1}{2\sqrt{3-x}}$

$= -\sqrt{3-x} + \dfrac{x}{2\sqrt{3-x}} = \dfrac{3(x-2)}{2\sqrt{3-x}}$

$x<0$ なので

$y'<0$

(ii) $0 \leqq x \leqq 3$ のとき

$y = x\sqrt{3-x}$

$y' = \dfrac{3(x-2)}{2\sqrt{3-x}}$

$y'=0$ となると $x=2$.

(iii) $x=0,\ 3$ で

微分可能でない

x	…	0	…	2	…	3
y'	$-$	/	$+$	0	$-$	/
y	↘		↗		↘	

$x=2$ で極大値 2，$x=0$ で極小値 0

(3) $y = x^{\frac{2}{5}}$

$y' = \dfrac{2}{5}x^{-\frac{3}{5}}$

$y' = \dfrac{2}{5\sqrt[5]{x^3}}$

$x \neq 0$.

x	…	0	…
y'	$-$	/	$+$
y	↘		↗

$x=0$ で

極小値 0

3 次の関数の極値を求めよ。

(1)　$y=\dfrac{4x}{x^2+1}$　　(2)　$y=e^x\cos x$　$(0\leqq x\leqq 2\pi)$

(1) $y'=\dfrac{4\cdot(x^2+1)-4x\cdot 2x}{(x^2+1)^2}=\dfrac{4(x+1)(x-1)}{(x^2+1)^2}$

$y'=0$ とすると、$x=\pm 1$

x	…	-1	…	1	…
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘		↗		↘

$x=1$ で極大値 2

$x=-1$ で極小値 -2

(2) $y'=e^x\cos x+e^x(-\sin x)$

$=e^x(-\sin x+\cos x)$

$=\sqrt{2}\,e^x\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)$

$y'=0$ とすると、$\sin\left(x+\dfrac{3}{4}\pi\right)=0$

$0<x<2\pi$ なので　$x=\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{5}{4}\pi$

$y'=0$ とすると

$-\sin x+\cos x=0$

$\sin x=\cos x$

$\cos x\neq 0$ なので

$\dfrac{\sin x}{\cos x}=1$

$\tan x=1$

$x=\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{5}{4}\pi$

x	0	…	$\dfrac{\pi}{4}$	…	$\dfrac{5}{4}\pi$	…	2π
y'	/	$+$	0	$-$	0	$+$	/
y		↗		↘		↗	

$x=\dfrac{\pi}{4}$ で極大値 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$

$x=\dfrac{5}{4}\pi$ で極小値 $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{5}{4}\pi}$