テーマ：
不等式の証明

(ex)

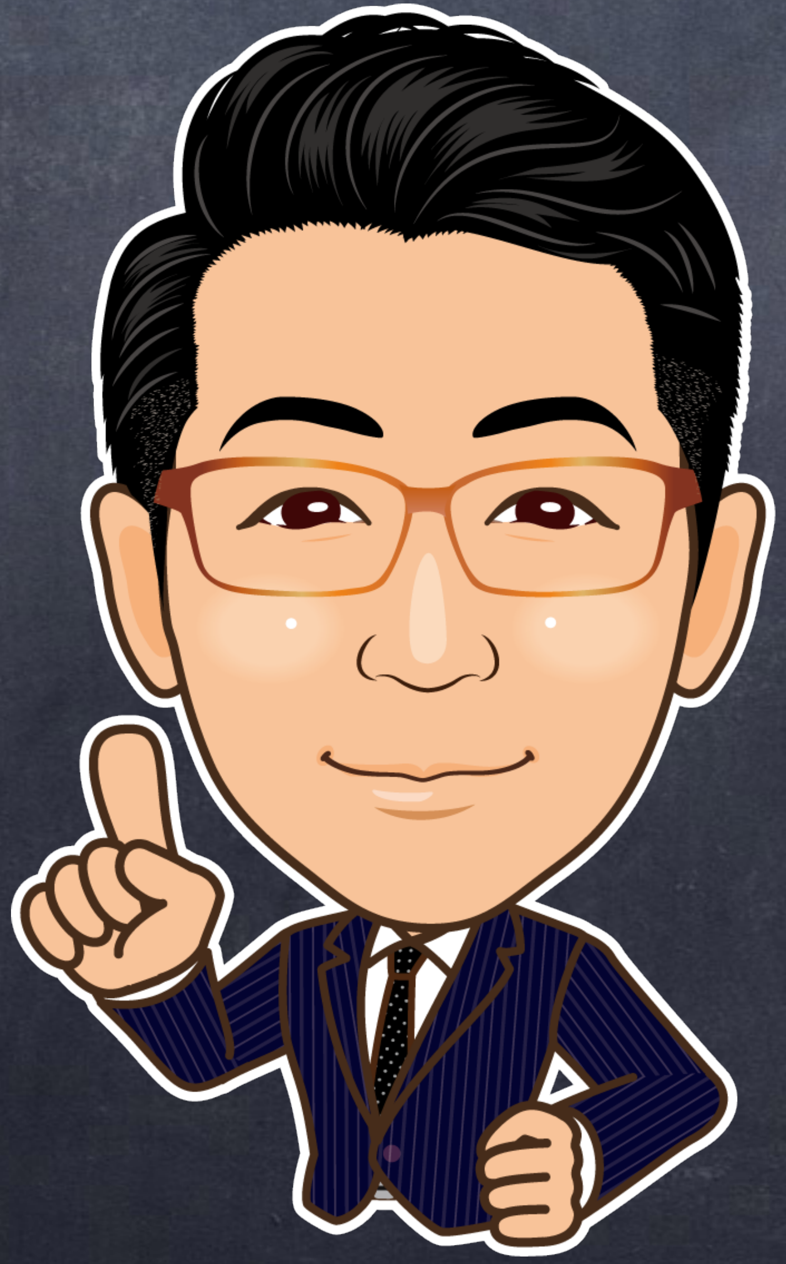
$$\boxed{x>0 \text{ のとき} \quad e^x > 1+x}$$

$f(x) = e^x - (1+x)$ とおく

$f'(x) = e^x - 1$

$x>0$ のとき

$f'(x) > 0$ である



よって

$f(x)$ は $x \geqq 0$ で増加

また

$f(0) = e^0 - 1 = 0$ である

したがって　$x>0$ のとき　$f(x) > 0$

よって　$x>0$ のとき　$e^x > 1+x$　である

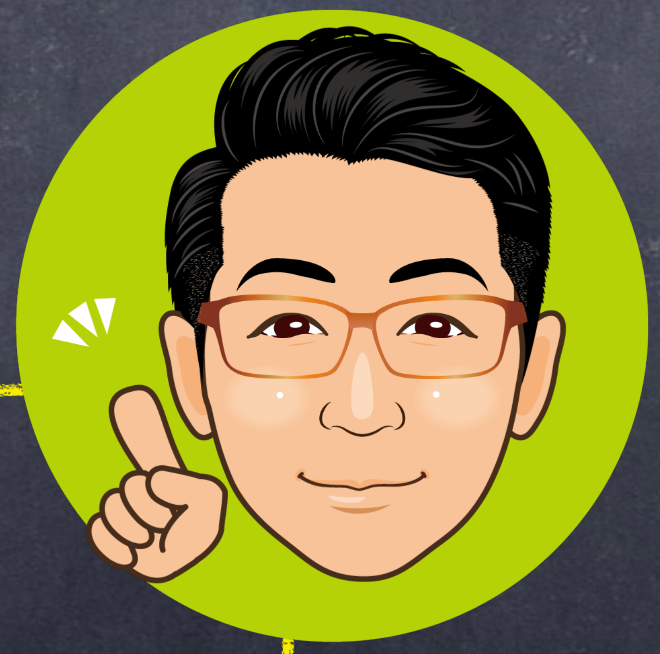
(ex) $x>0$ のとき

$$\boxed{e^x > 1 + x + \frac{1}{2}x^2}$$

$f(x) = e^x - \left(1 + x + \frac{1}{2}x^2\right)$

$f'(x) = e^x - 1 - x$

$f'(x)$ の符号が
判断しにくい!!



$f''(x) = e^x - 1$

$x>0$ のとき

$f''(x) > 0$ である

より

$x>0$ において

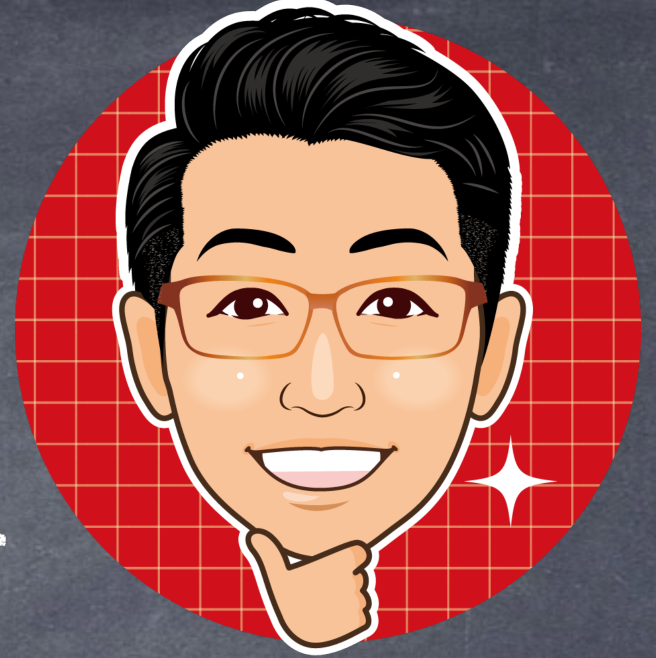
$f'(x)$ は増加している.

また, $f'(0) = e^0 - 1 - 0 = 0$ であるから,

$x>0$ のとき $f'(x) > 0$ である.

すなわち, $x>0$ のとき $f(x)$ は増加.

ここで $f(0) = 0$ より, $x>0$ のとき $f(x) > 0$



(ex) $x>0$ のとき

$$\boxed{e^x > 1+x+\frac{1}{2}x^2}$$

<+α>

これより

$x>0$ のとき

$e^x > \frac{1}{2}x^2$ である

すなわち $\frac{e^x}{x} > \frac{1}{2}x$, $\frac{x}{e^x} < \frac{2}{x}$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x}=\infty,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^x}=0$$

一般に、

$$\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^n}=\infty,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{e^x}=0$$

である