

1 平均値の定理を用いて, 極限 $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$ を求めよ。

2 平均値の定理を用いて, 次のことを証明せよ。

(1) $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$ のとき $\sin \beta - \sin \alpha < \beta - \alpha$

(2) $\frac{1}{e^2} < a < b < 1$ のとき $a - b < b \log b - a \log a < b - a$

3 平均値の定理を用いて, 次の極限を求めよ。

(1) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^{\sin x}}{x - \sin x}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos x^2}{x - x^2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \{ \log(x+3) - \log x \}$

