テーマ：

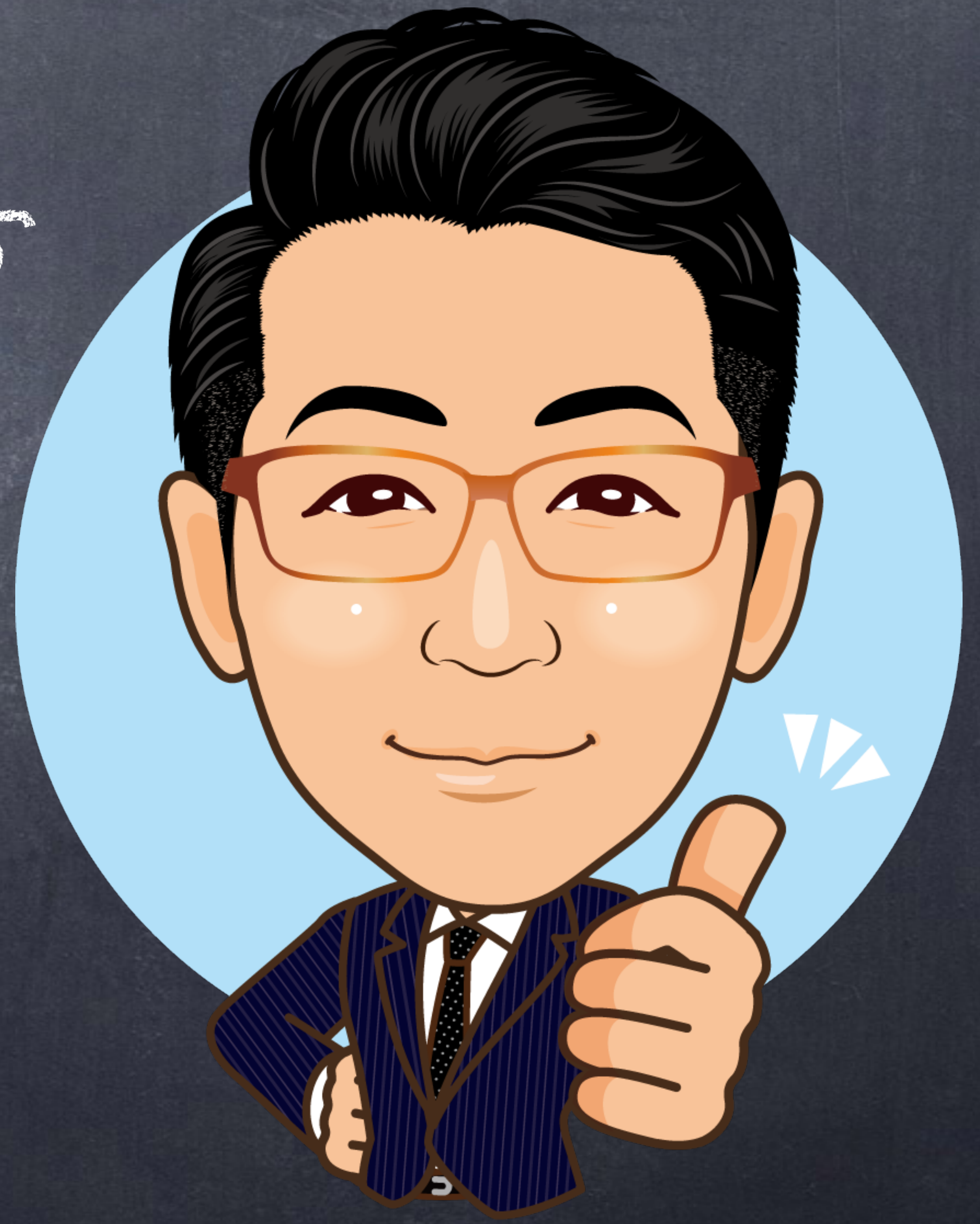
関数の増減

○関数の増減

① (a, b) で常に $f'(x) > 0$ ならば $f(x)$ は $[a, b]$ で増加

② (a, b) で常に $f'(x) < 0$ ならば $f(x)$ は $[a, b]$ で減少

③ (a, b) で常に $f'(x) = 0$ ならば $f(x)$ は $[a, b]$ で定数



○関数の増減

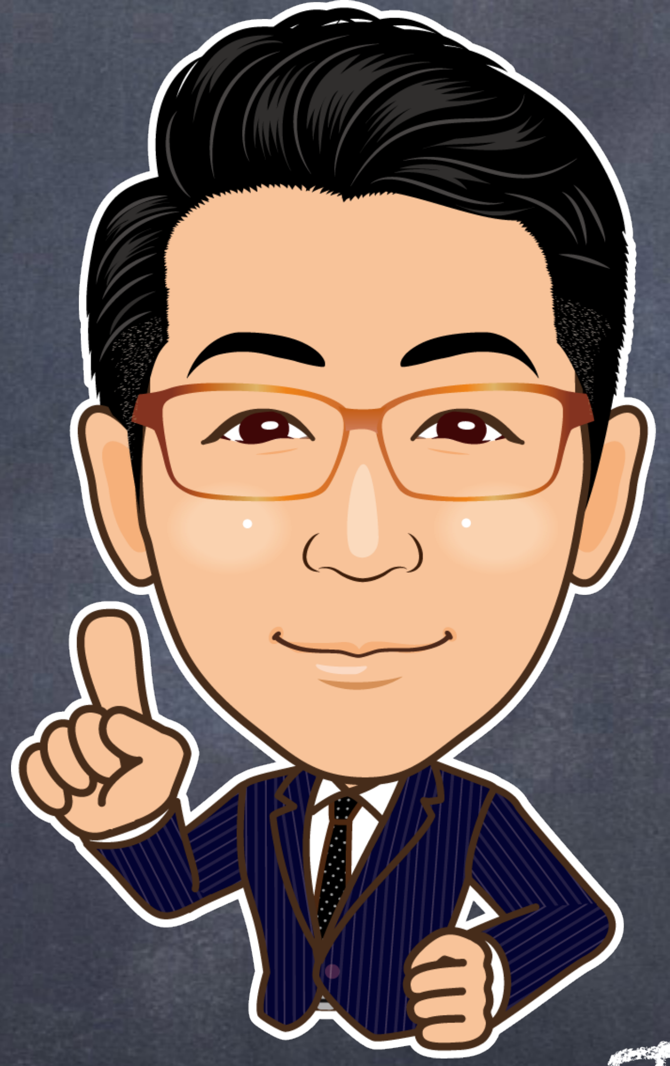
① (a, b) で常に $f'(x) > 0$ ならば、$f(x)$ は $[a, b]$ で増加

(証) $a \leqq x_1 < x_2 \leqq b$ について

平均値の定理より

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c)$$ となる

実数 c が $x_1 < c < x_2$



ここで、(a, b) で $f'(x) > 0$ より

$f'(c) > 0$ である

また、$x_1 < x_2$ より $x_2 - x_1 > 0$

すなわち、$f(x_2) - f(x_1) > 0$

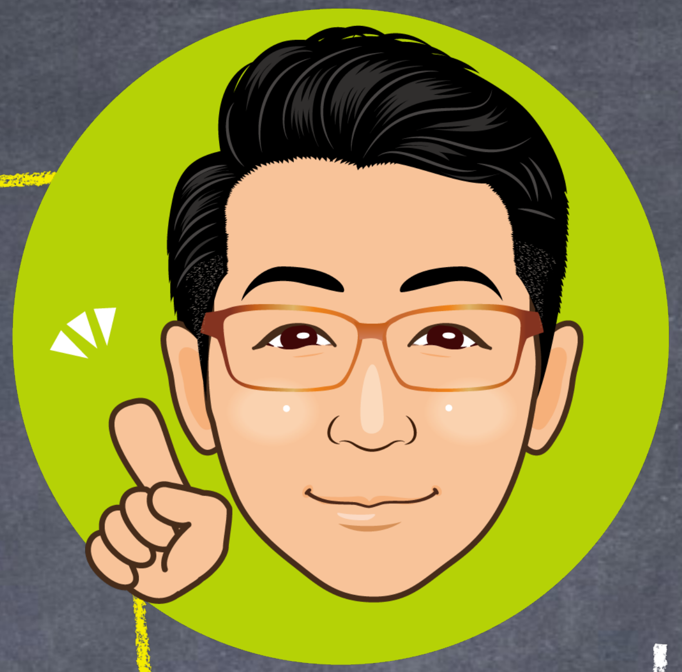
よって $f(x_1) < f(x_2)$ となる

(ex)

$f(x)=x-2\sqrt{x}$ の増減を調べよ.

Point!!

定義域のチェック



$f(x)=x-2\sqrt{x}$ より

$x \geqq 0$ である.

$f(x)=x-2\cdot x^{\frac{1}{2}}$

$f'(x)=1-2\cdot\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

$f'(x)=0$ のとき

$\sqrt{x}-1=0$

$x=1$

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	0	↘	-1	↗

$f(x)$ は

$0 \leqq x \leqq 1$ で減少し,

$1 \leqq x$ で増加する