

1 (1) 関数 $y = x + \frac{4}{x-2}$ の増減を調べよ。

$$x \neq 2$$

$$y' = 1 + \frac{-4}{(x-2)^2}$$

$$= \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$$

$$y' = 0 \text{ となる } x = 0, 4$$

x	...	0	...	2	...	4	...
y'	+	0	-	/	-	0	+
y	↗		↘	↗	↘		↗

$x \leq 0, 4 \leq x$ で増加
 $0 \leq x < 2, 2 < x \leq 4$ で減少

2 次の関数の増減を調べよ。

(1) $y = x - 1 + \frac{1}{x-6}$

(2) $y = e^x + x$

(3) $y = xe^x$

(4) $y = \sqrt{x} \log x$

(5) $y = \cos x - 2x$

(1) $x \neq 6$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x-6)^2}$$

$$= \frac{(x-5)(x-7)}{(x-6)^2}$$

$$y' = 0 \text{ となる } x = 5, 7$$

x	...	5	...	6	...	7	...
y'	+	0	-	/	-	0	+
y	↗		↘	↗	↘		↗

$x \leq 5, 7 \leq x$ で増加
 $5 \leq x < 6, 6 < x \leq 7$ で減少

(2) $y' = e^x + 1 > 0$ 常に増加

(3) $y' = e^x + xe^x = (x+1)e^x$

$$y' = 0 \text{ となる } x = -1$$

x	...	-1	...
y'	-	0	+
y	↘		↗

$x \leq -1$ で減少
 $-1 \leq x$ で増加

(4) 定義域は $x > 0$

$$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \log x + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x}$$

$$= \frac{\log x + 2}{2\sqrt{x}}$$

x	0	...	$\frac{1}{e^2}$...
y'	/	-	0	+
y	↗	↘		↗

$$y' = 0 \text{ となる } \log x + 2 = 0$$

$$x = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

$0 < x \leq \frac{1}{e^2}$ で減少
 $\frac{1}{e^2} \leq x$ で増加

(5)

$$y' = -\sin x - 2 < 0$$

常に減少

3 次の関数の増減を調べよ。

(1) $y = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3$

(2) $y = 3x - 2\sin x$

(3) $y = x - 1 + \frac{1}{x-6}$

(4) $y = \frac{2x}{x^2+1}$

(5) $y = e^x \sin x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$

(1) $y' = 4x^3 - 6x^2 - 4x$

$$= 2x(2x^2 - 3x - 2)$$

$$= 2x(x-2)(2x+1)$$

x	...	$-\frac{1}{2}$...	0	...	2	...
y'	-	0	+	0	-	0	+
y	↘		↗		↘		↗

$x \leq -\frac{1}{2}, 0 \leq x \leq 2$ で減少
 $-\frac{1}{2} \leq x \leq 0, 2 \leq x$ で増加

$y' = 0 \text{ となる } x = 0, -\frac{1}{2}, 2$

(2) $y' = 3 - 2\cos x \geq 1$ 常に増加可なり。

(3) $\sqrt{2} < \sqrt{3}$

(4) $y' = \frac{2(x^2+1) - 2x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{-2(x+1)(x-1)}{(x^2+1)^2}$

$y' = 0$ となる $x = \pm 1$

x	...	-1	...	1	...
y'	-	0	+	0	-
y	↘		↗		↘

$x \leq -1, 1 \leq x$ で減少

$-1 \leq x \leq 1$ で増加

(5) $y' = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x) = e^x \cdot \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$

$y' = 0$ となる $0 \leq x \leq 2\pi$ かつ $x = \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$

x	0	...	$\frac{3}{4}\pi$...	$\frac{7}{4}\pi$...	2π
y'	/	+	0	-	0	+	/
y		↗		↘		↗	

$0 \leq x \leq \frac{3}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi \leq x \leq 2\pi$ で増加

$\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{7}{4}\pi$ で減少

4 関数 $y = \frac{x^2+3x+9}{x+3}$ の増減を調べよ。

$x \neq -3$

$y = x + \frac{9}{x+3}$

$y' = 1 + \frac{-9}{(x+3)^2} = \frac{x(x+6)}{(x+3)^2}$

$y' = 0$ となる $x = 0, -6$

x	...	-6	...	-3	...	0	...
y'	+	0	-	/	-	0	+
y		↗		↘	/	↘	

$x \leq -6, 0 \leq x$ で増加

$-6 \leq x < -3$

$-3 < x \leq 0$ で減少