# 数学B
# 第２章　統計的な推測
# 確率変数の分散と標準偏差

同じ期待値の確率変数 X,Y ➡ 確率分布は同じ？！ ➡ 分散・標準偏差

| $X$ | $x_1$ | $x_2$ | $\cdots$ | $x_n$ | 計 |
|---|---|---|---|---|---|
| $P$ | $p_1$ | $p_2$ | $\cdots$ | $p_n$ | 1 |
| $(X-m)^2$ | $(x_1-m)^2$ | $(x_2-m)^2$ | $\cdots$ | $(x_n-m)^2$ | |

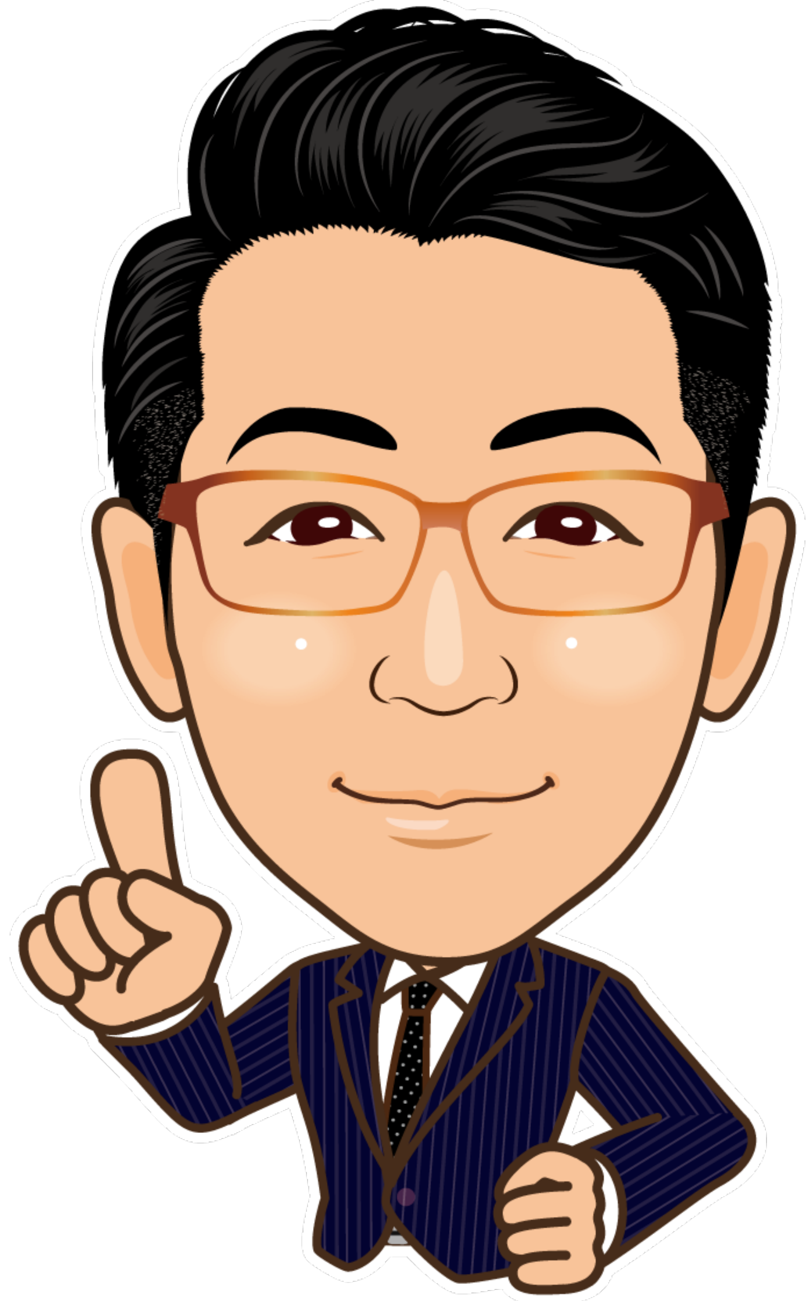
この確率分布の期待値をmとする

（ちなみに、mの単位はXと同じ）

Xとmの差を考える！！

確率変数 $(X-m)^2$ の期待値 $E((X-m)^2)$ を

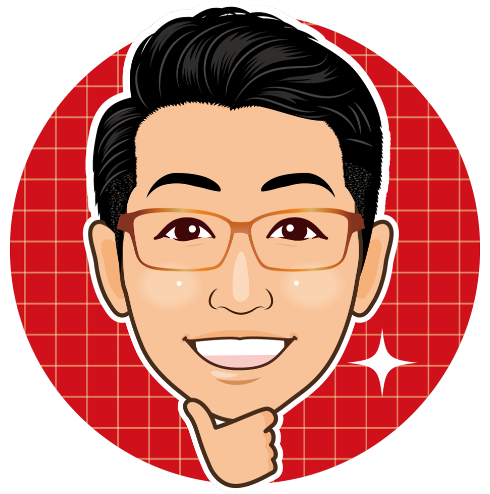
確率変数 $X$ の分散 $V(X)$



$$V(X) = E\left((X-m)^2\right)$$

$$= (x_1-m)^2 \times p_1 + (x_2-m)^2 \times p_2 + \cdots + (x_n-m)^2 \times p_n$$

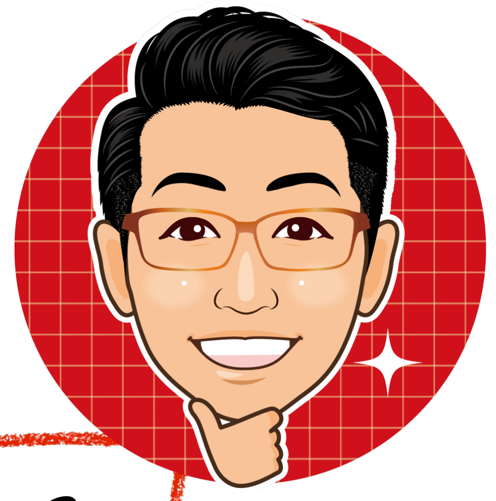
$$= \boxed{\sum_{k=1}^{n} (x_k-m)^2 p_k}$$



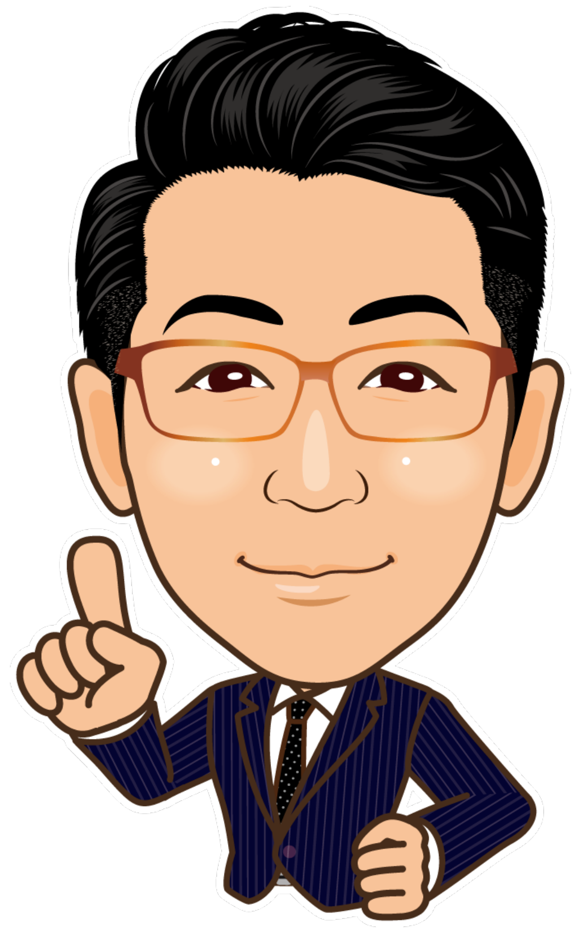
$$= (x_1^2 - 2x_1 m + m^2) \times p_1 + (x_2^2 - 2x_2 m + m^2) \times p_2 + \cdots + (x_n^2 - 2x_n m + m^2) \times p_n$$

$$= x_1^2 p_1 + x_2^2 p_2 + \cdots + x_n^2 p_n - 2m(x_1 p_1 + x_2 p_2 + \cdots + x_n p_n) + m^2 (p_1 + p_2 + \cdots + p_n)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} x_k^2 p_k - 2m \times m + m^2 \times 1$$



$$= \sum_{k=1}^{n} x_k^2 p_k - m^2 = \boxed{E(X^2) - \{E(X)\}^2}$$



〈まとめ〉

$$V(x) = E\left((x-m)^2\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} (x_k - m)^2 \cdot p_k$$

$$= E(x^2) - \{E(x)\}^2$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$$

$\sigma(x)$ は、標準偏差

シグマ

(例)　コインを２枚投げるとき、
表が出る回数をX回とする。

| X | 0 | 1 | 2 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| $X^2$ | 0 | 1 | 4 | |
| P | $\frac{1}{4}$ | $\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | 1 |

$$E(x) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{2}{4} + 2 \times \frac{1}{4}$$

$$= 1$$

$$V(x) = (0-1)^2 \times \frac{1}{4} + (1-1)^2 \times \frac{2}{4} + (2-1)^2 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$E(x^2) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{2}{4} + 4 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$V(x) = E(x^2) - \{E(x)\}^2 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$