1　白玉７個と黒玉３個が入っている袋の中から，同時に５個を取り出し，その中に含まれる白玉の個数を X とする。確率変数 X の確率分布を求めよ。また，$P(3 \leqq X \leqq 4)$ を求めよ。

●3個なので，$X=2,3,4,5$

5コ　○×7　●×3

$P(X=2)=\dfrac{{}_7C_2 \times {}_3C_3}{{}_{10}C_5}=\dfrac{1}{12}$

$P(X=3)=\dfrac{{}_7C_3 \times {}_3C_2}{{}_{10}C_5}=\dfrac{5}{12}$，$P(X=4)=\dfrac{{}_7C_4 \times {}_3C_1}{{}_{10}C_5}=\dfrac{5}{12}$

$P(X=5)=\dfrac{{}_7C_5}{{}_{10}C_5}=\dfrac{1}{12}$

X	2	3	4	5	計
P	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$	1

$P(3 \leqq X \leqq 4)=\dfrac{5}{12}+\dfrac{5}{12}$

$=\dfrac{5}{6}$

2　白玉５個と黒玉３個が入った袋から，３個の玉を同時に取り出すとき，その中に含まれる白玉の個数を X とする。

(1)　X の確率分布を求めよ。　(2)　$P(1 \leqq X \leqq 2)$ を求めよ。

$X=0,1,2,3$

3コ　○×5　●×3

$P(X=0)=\dfrac{{}_3C_3}{{}_8C_3}=\dfrac{1}{56}$

$P(X=1)=\dfrac{{}_5C_1 \times {}_3C_2}{{}_8C_3}=\dfrac{15}{56}$

$P(X=2)=\dfrac{{}_5C_2 \times {}_3C_1}{{}_8C_3}=\dfrac{30}{56}$

$P(X=3)=\dfrac{{}_5C_3}{{}_8C_3}=\dfrac{10}{56}$

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{10}{56}$	1

$P(1 \leqq X \leqq 2)=\dfrac{15}{56}+\dfrac{30}{56}$

$=\dfrac{45}{56}$

3　白球が３個，赤球が３個入った箱がある。１個のさいころを投げて，偶数の目が出たら球を３個，奇数の目が出たら球を２個取り出す。取り出した球のうち白球の個数を X とすると，X は確率変数である。X の確率分布を求めよ。また，$P(0 \leqq X \leqq 2)$ を求めよ。

$X=0,1,2,3$

○×3　●×3

(i) $X=0$ となるのは　偶　●×3　奇　●×2

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_3}{{}_6C_3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_6C_2}=\dfrac{5}{40}$

(ii) $X=1$ となるのは，偶　●×2，○×1　奇　●×1，○×1

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_2 \times {}_3C_1}{{}_6C_3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_1 \times {}_3C_1}{{}_6C_2}=\dfrac{21}{40}$

(iii) $X=2$ となるのは，偶　●×1，○×2　奇　●×0，○×2

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_1 \times {}_3C_2}{{}_6C_3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_2}{{}_6C_2}=\dfrac{13}{40}$

(iv) $X=3$ となるのは　偶　●×0，○×3

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{{}_3C_3}{{}_6C_3}=\dfrac{1}{40}$

X	0	1	2	3	計
P	$\frac{5}{40}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{13}{40}$	$\frac{1}{40}$	1

$P(0 \leqq X \leqq 2)=1-\dfrac{1}{40}=\dfrac{39}{40}$

4 1から9までの数字が1つずつ記入されたカードが9枚ある。このカードをよく混ぜて1枚を抜き出し，そのカードの数字をXとする。Xの期待値を求めよ。

$X=1,2,\cdots,9$

確率分布は，

x	1	2	3	4	…	9	計
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	…	$\frac{1}{9}$	1

$$E(X)=1\cdot\frac{1}{9}+2\cdot\frac{1}{9}+\cdots+9\cdot\frac{1}{9}$$

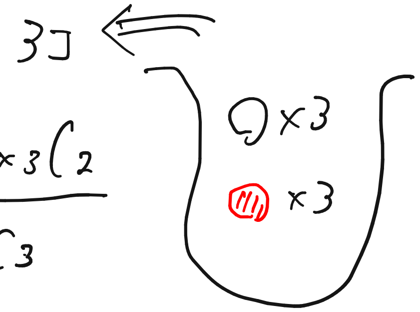
$$=\frac{1+2+\cdots+9}{9}$$

$$=5$$

$$E(X)=5$$

5 白玉と赤玉が3個ずつ入っている袋から，3個の玉を同時に取り出したときの白玉の個数をXとする。Xの期待値を求めよ。

$X=0,1,2,3$



$$P(X=0)=\frac{{}_3C_3}{{}_6C_3}=\frac{1}{20},\quad P(X=1)=\frac{{}_3C_1\times{}_3C_2}{{}_6C_3}=\frac{9}{20}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_3C_2\times{}_3C_1}{{}_6C_3}=\frac{9}{20}$$

$$P(X=3)=\frac{{}_3C_3}{{}_6C_3}=\frac{1}{20}$$

$$E(X)=0\cdot\frac{1}{20}+1\cdot\frac{9}{20}+2\cdot\frac{9}{20}+3\cdot\frac{1}{20}=\frac{3}{2}$$

6 ある確率変数Xの確率分布が右の表で与えられている。Xの期待値が3.2であるとき，p，qの値を求めよ。

X	1	2	3	4	5
P	p	q	p	p	q

たして1になる

確率分布より

$p+q+p+p+q=1$

$3p+2q=1$ …①

期待値が3.2より

$1\cdot p+2\cdot q+3\cdot p+4\cdot p+5\cdot q=3.2$

$8p+7q=3.2$ …②

①，②より　$p=0.12,\ q=0.32$

7 目の数が2，2，4，4，5，6である特製のさいころが1個ある。このさいころを繰り返し2回投げて，出た目の数の和を5で割った余りをXとする。確率変数Xの期待値$E(X)$を求めよ。

〈ポイント〉
悩んだら表を書く!!

$a+b$を5で割った余りをあらわす表は右表の通り。

b \ a	2	2	4	4	5	6
2	4	4	1	1	2	3
2	4	4	1	1	2	3
4	1	1	3	3	4	0
4	1	1	3	3	4	0
5	2	2	4	4	0	1
6	3	3	0	0	1	2

すなわち　$X=0,1,2,3,4$

$X=0$となる場合の数は　5

$X=1$　〃　10

$X=2$　〃　5

$X=3$　〃　8

$X=4$　〃　8

X	0	1	2	3	4	計
P	$\frac{5}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{8}{36}$	1

$$E(X)=0\cdot\frac{5}{36}+1\times\frac{10}{36}+2\times\frac{5}{36}+3\times\frac{8}{36}+4\times\frac{8}{36}=\frac{19}{9}$$