



数学B

第2章 統計的な推測

確率変数と期待値



・ 確率変数とは？

→ 試行の結果によって値が定まる
各値に対応して確率が定まる変数

(例) コインを2枚投げるとき、表が出る回数を X 回とする。



$$X = 0, 1, 2$$

$$X = 0 \text{ (裏裏)} \quad \text{確率} \quad \frac{1}{4}$$

$$X = 1 \text{ (裏表)} \quad \text{確率} \quad \frac{2}{4}$$

$$X = 2 \text{ (表表)} \quad \text{確率} \quad \frac{1}{4}$$



X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

<まとめ>

確率変数 $X = x_1, x_2, \dots, x_n$

それぞれの値をとる確率

p_1, p_2, \dots, p_n

$p_1 \geq 0, p_2 \geq 0, \dots, p_n \geq 0$

$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$

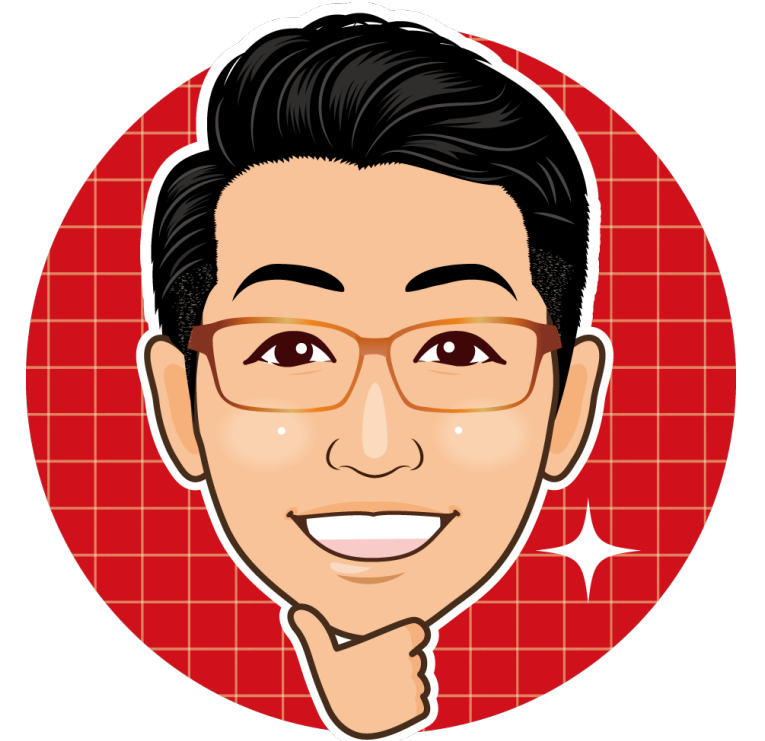
X	x_1	x_2	\dots	x_n	合計
P	p_1	p_2	\dots	p_n	1

X と P の対応関係を X の確率分布 (分布)

確率変数 X はこの分布に従う

確率変数 X が a のときの確率を $P(X=a)$

また、 X が a 以上 b 以下の値となる確率を $P(a \leq X \leq b)$



(例) コインを2枚投げるとき、表が出る回数をX回とする。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$P(X=0) = \frac{1}{4}$$

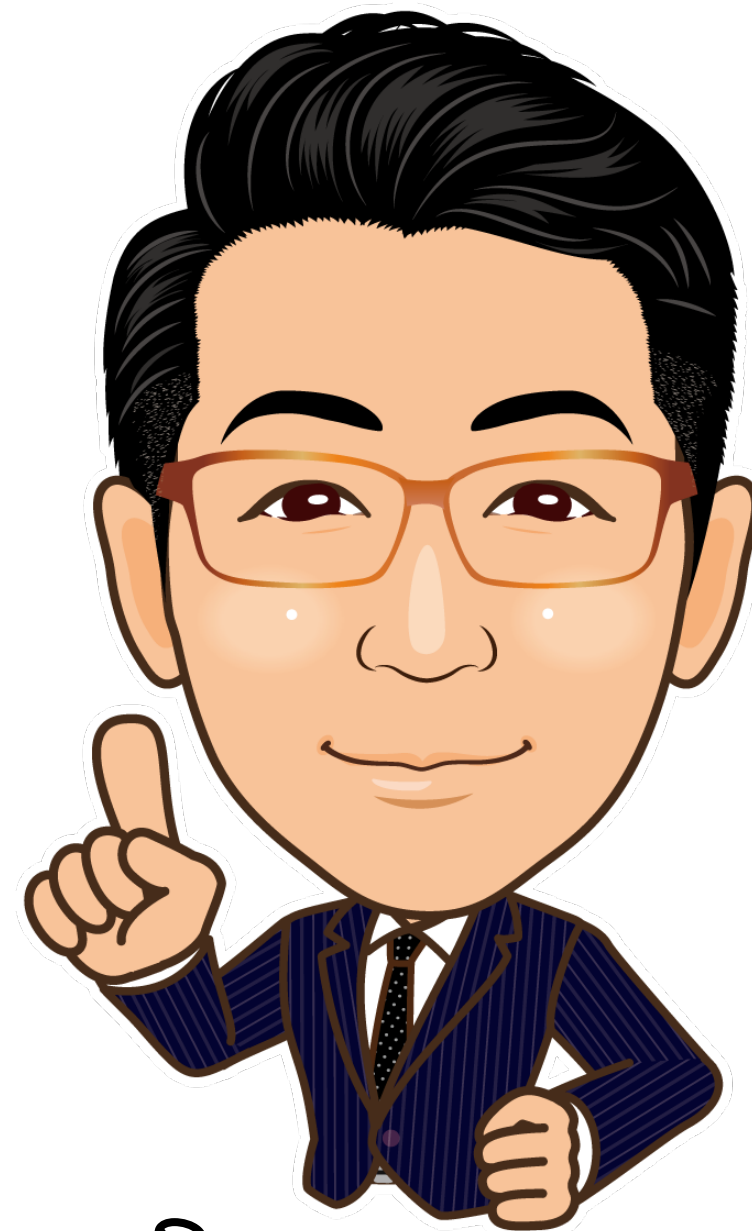
$$P(X=1) = \frac{1}{2}$$

$$P(1 \leq X \leq 2) = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

確率変数の期待値 ($E(X), m$)

確率変数 X の期待値 (または、平均)

を $E(X)$ または、 m で表す。



X	x_1	x_2	\dots	x_n	計
P	p_1	p_2	\dots	p_n	1

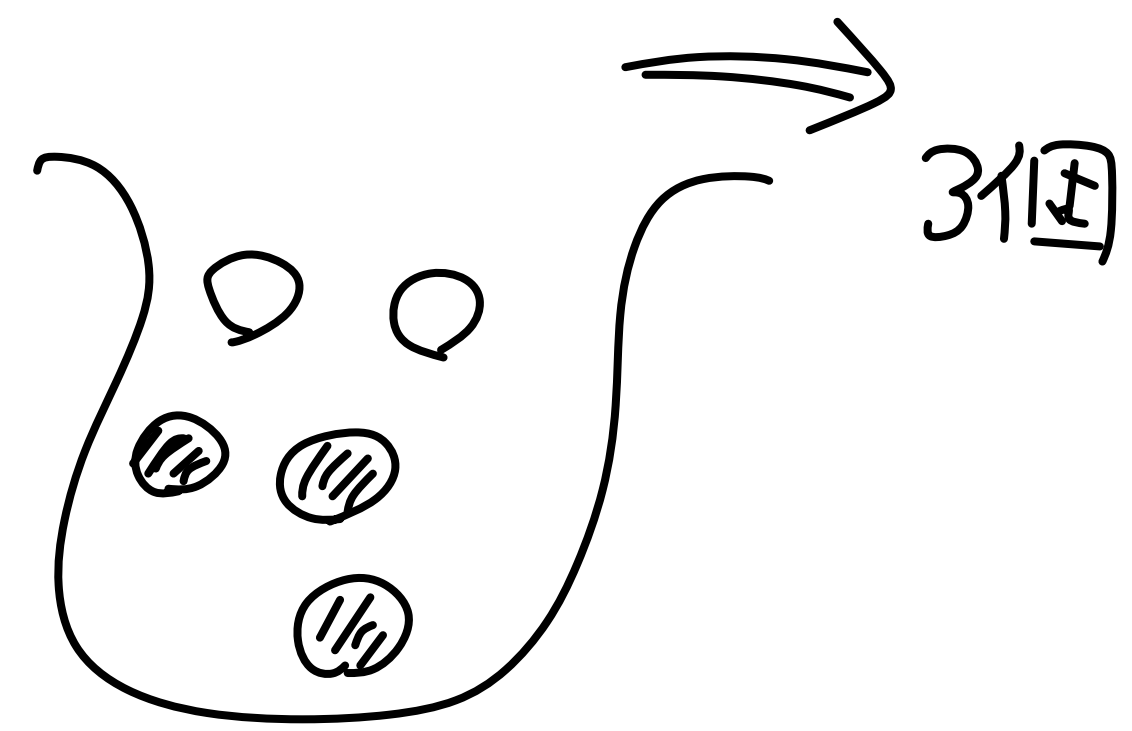
$$E(X) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \dots + x_n p_n$$
$$= \sum_{k=1}^n x_k p_k$$

(例) コインを2枚投げるとき、表が出る回数を X 回とする。

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{2}{4} + 2 \times \frac{1}{4}$$
$$= \frac{4}{4} = \underline{\underline{1}}$$

(ex) 白玉 2 個と黒玉 3 個の袋から 3 個の玉を同時に取り出す。
出る白玉の個数を X とする。 X の確率分布を求めよ。



$$X = 0, 1, 2$$

$$P(X=0) = \frac{{}^3C_3 \times {}^2C_0}{{}^5C_3} = \frac{1}{10}$$

X	0	1	2	計
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

$$P(X=1) = \frac{{}^3C_2 \times {}^2C_1}{{}^5C_3} = \frac{6}{10}$$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{6}{10} + 2 \times \frac{3}{10}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^3C_1 \times {}^2C_2}{{}^5C_3} = \frac{3}{10}$$

$$= \frac{12}{10} = \underline{\underline{\frac{6}{5}}}$$