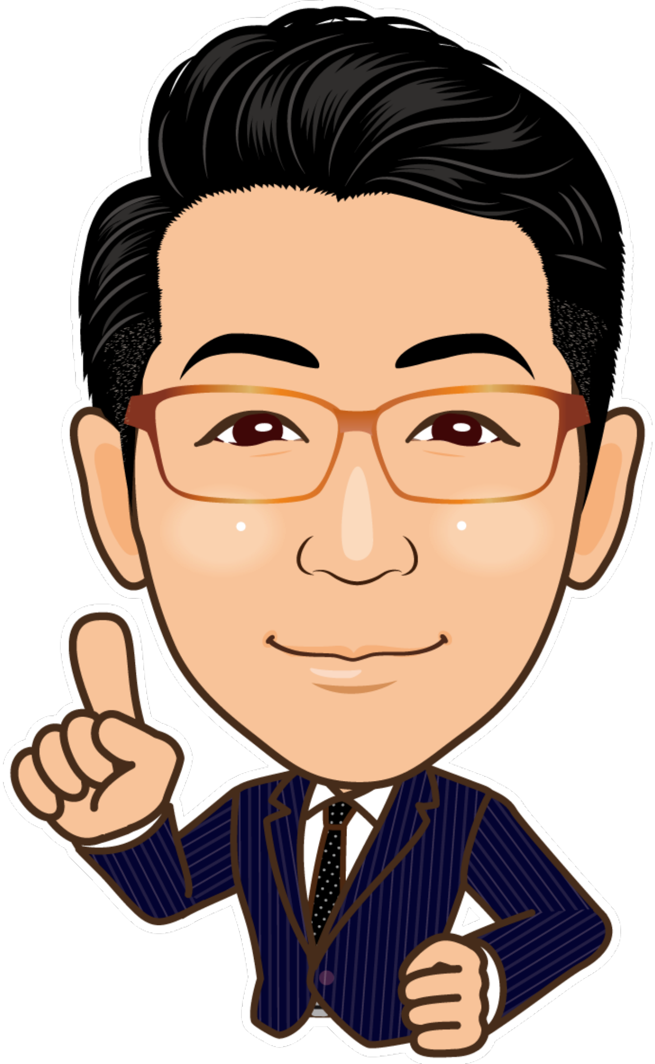
数学B
第２章　統計的な推測
確率変数の独立と事象の独立
＋確率変数の積の期待値

＜確率変数X,Yの独立＞

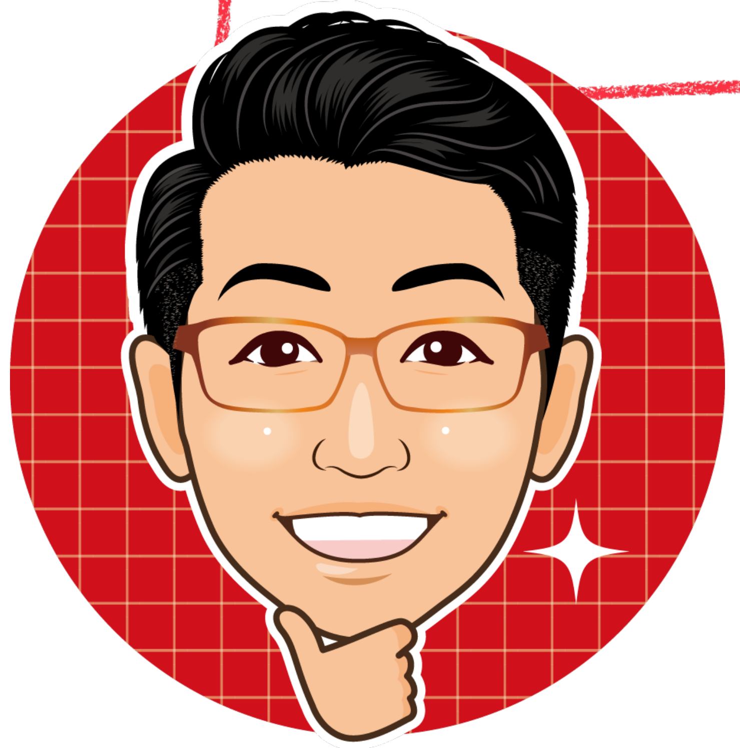


$$P(X=a, Y=b) = P(X=a)\cdot P(Y=b)$$

※a,bのとり方に関係なく常に成り立つとき

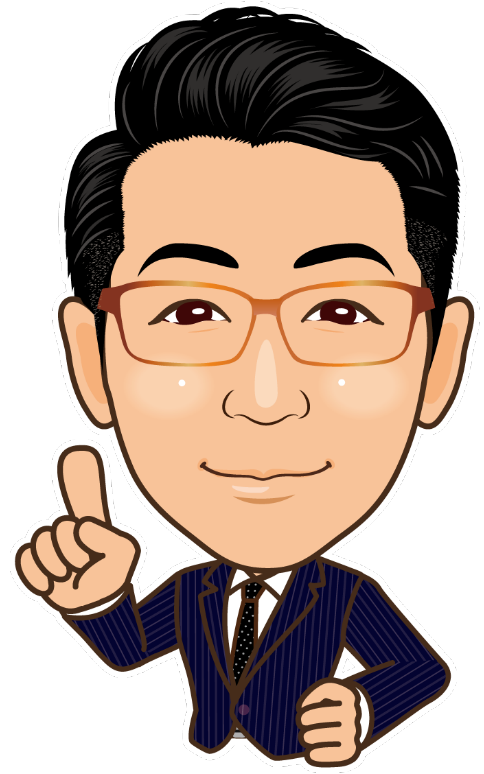
＜事象の独立と従属＞

$$P_A(B) = P(B) \iff P_B(A) = P(A) \iff P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$$



※事象A,Bが独立出ないとき、AとBは従属である

Ex)



(1) $P(A) = \frac{5}{9}$, $P(B) = \frac{5}{9}$, $P(A \cap B) = \frac{3}{9}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \neq \frac{3}{9}$ $\quad P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ $\boxed{\text{従属}}$

(2) $P(A) = \frac{13}{52}$, $P(B) = \frac{4}{52}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{52}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{13}{52} \times \frac{4}{52} = \frac{1}{52} = P(A \cap B)$ $\quad P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ $\boxed{\text{独立}}$

＜確率変数の積の期待値＞

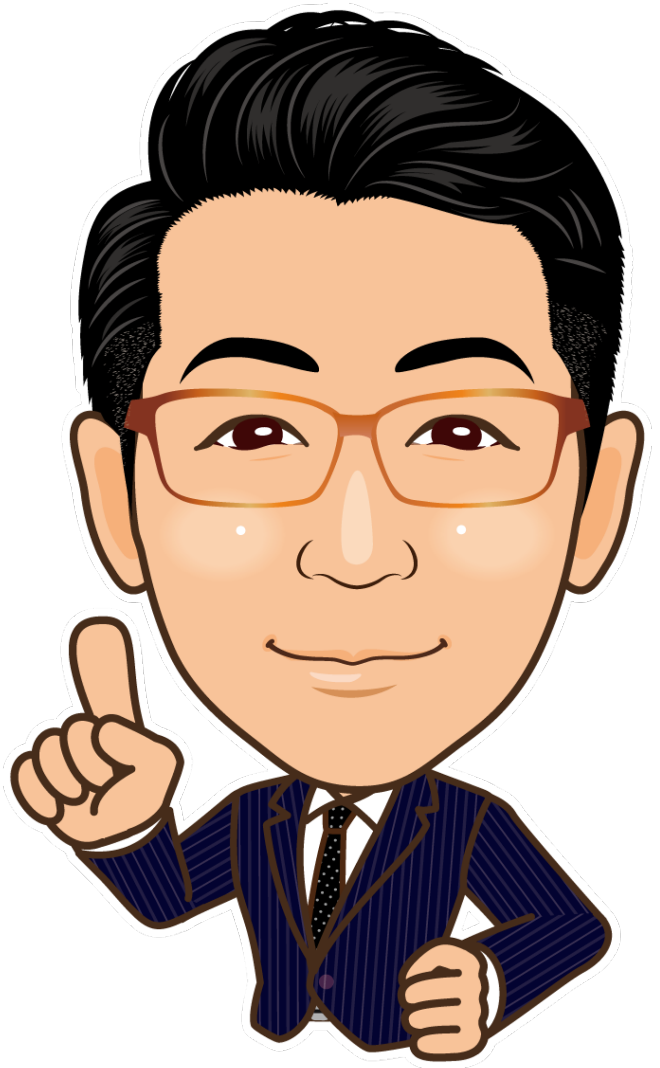
２つの確率変数X,Yが互いに独立であるとき

$$\boxed{E(XY) = E(X)\cdot E(Y)} \quad \cdots ③$$

$$E(X+Y) = E(X) + E(Y) \quad \cdots ①$$

$$E(aX+bY) = E(aX) + E(bY)$$
$$= aE(X) + bE(Y)$$

$$E(aX+bY) = aE(X) + bE(Y) \quad \cdots ②$$



※①,②はX,Yが互いに独立でなくても成立する