



数学B

第2章 統計的な推測

確率変数の和の分散



<確率変数の和の分散>

確率変数 X, Y について

$$V(X+Y) = E((X+Y)^2) - \{E(X+Y)\}^2$$

$$E((X+Y)^2) = E(X^2 + 2XY + Y^2)$$
$$= E(X^2) + 2E(XY) + E(Y^2)$$

X, Y が独立ならば

$$= E(X^2) + 2E(X) \cdot E(Y) + E(Y^2)$$



$$\{E(X+Y)\}^2 = \{E(X) + E(Y)\}^2$$
$$= \{E(X)\}^2 + 2E(X) \cdot E(Y) + \{E(Y)\}^2$$

$$\begin{aligned}
V(X+Y) &= E((X+Y)^2) - \{E(X+Y)\}^2 \\
&= E(X^2) + 2E(X)E(Y) + E(Y^2) - [\{E(X)\}^2 + 2E(X)E(Y) + \{E(Y)\}^2] \\
&= E(X^2) - \{E(X)\}^2 + E(Y^2) - \{E(Y)\}^2 \\
&= V(X) + V(Y)
\end{aligned}$$



確率変数 X, Y が互いに独立であるとき

$$V(X+Y) = V(X) + V(Y)$$

確率変数 X, Y, Z が互いに独立であるとき

$$E(XYZ) = E(X) \cdot E(Y) \cdot E(Z)$$

$$V(X+Y+Z) = V(X) + V(Y) + V(Z)$$