２－１０　正規分布①

$\boxed{1}$ 確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，確率 $P(0 \leqq Z \leqq u)$ について

授業で説明

$\boxed{2}$ 確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1)　$P(0 \leqq Z \leqq 2)$　　(2)　$P(0 \leqq Z \leqq 1.54)$　　(3)　$P(1 \leqq Z \leqq 3)$

(4)　$P(Z \geqq 2.4)$　　(5)　$P(-2 \leqq Z \leqq 1)$　　(6)　$P(-1.2 \leqq Z)$

(1) $P(0 \leqq Z \leqq 2) = P(2) = 0.4772$

(2) $P(0 \leqq Z \leqq 1.54) = P(1.54) = 0.4382$

(3) $P(1 \leqq Z \leqq 3) = P(3) - P(1) = 0.15735$

(4) $P(Z \geqq 2.4) = 0.5 - P(2.4) = 0.0082$

(5) $P(-2 \leqq Z \leqq 1) = P(2) + P(1) = 0.8185$

(6) $P(-1.2 \leqq Z) = P(1.2) + 0.5 = 0.8849$

$\boxed{3}$ 確率変数 X が正規分布 $N(30,\ 4^2)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1)　$P(X \leqq 30)$　　(2)　$P(30 \leqq X \leqq 38)$　　(3)　$P(38 \leqq X \leqq 42)$

(4)　$P(22 \leqq X \leqq 26)$　　(5)　$P(20 \leqq X \leqq 35)$　　(6)　$P(X \geqq 35)$

X が正規分布 $N(30, 4^2)$ に従うとき，$Z = \dfrac{X-30}{4}$ は $N(0, 1)$ に従う.

(1) $X=30$ のとき $Z=0$.

$P(X \leqq 30) = P(Z \leqq 0) = 0.5$

(2) $X=38$ のとき $Z = \dfrac{8}{4} = 2$

$P(30 \leqq X \leqq 38) = P(0 \leqq Z \leqq 2) = P(2) = 0.4772$

(3) $X=42$ のとき $Z = \dfrac{12}{4} = 3$

$P(38 \leqq X \leqq 42) = P(2 \leqq Z \leqq 3) = P(3) - P(2) = 0.02145$

(4) $X=22$ のとき $Z=-2$.　$X=26$ のとき $Z=-1$

$P(22 \leqq X \leqq 26) = P(-2 \leqq Z \leqq -1) = P(1 \leqq Z \leqq 2) = P(2) - P(1)$

$= 0.1359$

(5) $X=20$ のとき $Z=-2.5$,　$X=35$ のとき $Z=1.25$

$P(20 \leqq X \leqq 35) = P(-2.5 \leqq Z \leqq 1.25) = P(2.5) + P(1.25)$

$= 0.8882$

(6)

$P(X \geqq 35) = P(Z \geqq 1.25) = 0.5 - P(1.25)$

$= 0.1056$

2－10　正規分布①

4 (1)　確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

　(ア)　$P(0.3 \leqq Z \leqq 1.8)$　　　(イ)　$P(Z \leqq -0.5)$

(2)　確率変数 X が正規分布 $N(36,\ 4^2)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

　(ア)　$P(X \geqq 42)$　　　(イ)　$P(30 \leqq X \leqq 38)$

(1) ア　$P(0.3 \leqq Z \leqq 1.8) = P(1.8) - P(0.3) = 0.3462$

イ　$P(Z \leqq -0.5) = 0.5 - P(0.5) = 0.3085$

(2)　X が $N(36,\ 4^2)$ に従うとき $Z = \dfrac{X-36}{4}$ は $N(0,1)$ に従う

$X = 42$ のとき $Z = 1.5$

$X = 30$ のとき $Z = -1.5$

$X = 38$ のとき $Z = 0.5$

(ア) $P(X \geqq 42) = P(Z \geqq 1.5)$

$= 0.5 - P(1.5)$

$= 0.0668$

(イ) $P(30 \leqq X \leqq 38)$

$= P(-1.5 \leqq Z \leqq 0.5)$

$= P(1.5) + P(0.5)$

$= 0.6247$

5　ある県における高校2年生の男子の身長が，平均 170.0 cm，標準偏差 5.2 cm の正規分布に従うものとする。

(1)　身長が 165 cm 以上の生徒は，約何 % いるか。整数値で答えよ。

(2)　身長の高い方から 10 % の中に入るのは，何 cm 以上の生徒か。最も小さい整数値で答えよ。

X が $N(170,\ 5.2^2)$ に従うとき $Z = \dfrac{X-170}{5.2}$ は $N(0,1)$ に従う

(1)　$X = 165$ のとき $Z \fallingdotseq -0.96$

$P(X \geqq 165) \fallingdotseq P(Z \geqq -0.96) = 0.5 + P(0.96) = 0.8315$

約 83%

(2)　$P(Z \geqq u) = 0.1\ (u > 0)$ となる u を求める

$P(Z \geqq u) = 0.5 - P(u) = 0.1$

$P(u) = 0.4$

よって $u \fallingdotseq 1.28$

ゆえに $\dfrac{X-170}{5.2} \geqq 1.28$

$X \geqq 176.656$

したがって 177 cm 以上

6　1000 人の生徒に数学のテストを行ったところ，その成績は，平均 48 点，標準偏差 15 点であった。成績が正規分布に従うものとするとき，次の問いに答えよ。

(1)　ある生徒の点数が 78 点以上である確率を求めよ。

(2)　78 点以上の生徒は約何人いると考えられるか。

(3)　30 点以下の生徒は約何人いると考えられるか。

X が $N(48,\ 15^2)$ に従うとき $Z = \dfrac{X-48}{15}$ は $N(0,1)$ に従う

(1)　$X = 78$ のとき $Z = 2$

$P(X \geqq 78) = P(Z \geqq 2)$

$= 0.5 - P(2)$

$= 0.0228$

(2)　$P(X \geqq 78) = 0.0228$ より

1000×0.0228

$= 22.8$

約 23 人

(3)　$X = 30$ のとき

$Z = -1.2$

$P(X \leqq 30) = P(Z \leqq -1.2)$

$= 0.5 - P(1.2)$

$= 0.1151$

$1000 \times 0.1151 = 115.1$

約 115 人

7　ある2つの試験の結果は，平均点がそれぞれ 57.6 点，81.8 点，標準偏差がそれぞれ 10.3 点，5.7 点であった。A は前者の試験を受けて 75 点，B は後者の試験を受けて 88 点であった。

どちらの試験を受けても，受験者全体としては優劣がないものとすると，A と B はどちらが優れていると考えられるか。ただし，得点は正規分布に従うものとする。

A の受けた試験は $N(57.6,\ 10.3^2)$ に従い

B 〃 $N(81.8,\ 5.7^2)$ に従う。

それぞれ $N(0,1)$ に従うようにすると，

A は $\dfrac{75-57.6}{10.3} \fallingdotseq 1.69$

B は $\dfrac{88-81.8}{5.7} \fallingdotseq 1.09$

A > B となるため

A の方が優れている。