$\boxed{1}$ 次の二項分布の平均，分散と標準偏差を求めよ。

(1)　$B\left(8,\ \frac{1}{2}\right)$　　(2)　$B\left(5,\ \frac{1}{4}\right)$　　(3)　$B\left(12,\ \frac{2}{3}\right)$

(1) $E(X) = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

$V(X) = 8 \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 2$

$\sigma(X) = \sqrt{2}$

(2) $E(X) = 5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

$V(X) = 5 \times \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{15}{16}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

(3) $E(X) = 12 \times \frac{2}{3} = 8$

$V(X) = 12 \times \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{2}{3}\right) = \frac{8}{3}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\boxed{2}$ 2％の割合で不良品を含むネジの山から 150 個取り出したとき，それに含まれる不良品の個数を X とする。X の期待値，分散と標準偏差を求めよ。

1個のネジが不良品である確率は $\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$

Xは 二項分布 $B\left(150,\ \frac{1}{50}\right)$に 従う.

$E(X) = 150 \times \frac{1}{50} = 3$

$V(X) = 150 \times \frac{1}{50} \times \left(1 - \frac{1}{50}\right) = \frac{147}{50}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{147}{50}} = \frac{7\sqrt{6}}{10}$

$\boxed{3}$ ○，× で答える 6 つの問題に，でたらめに ○，× をつけるとき，そのうちの正解数を X とする。X の期待値，分散と標準偏差を求めよ。

正解する確率は $\frac{1}{2}$

Xは 二項分布 $B\left(6,\ \frac{1}{2}\right)$に従う

$E(X) = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

$V(X) = 6 \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

$\boxed{4}$ $\boxed{1}$のカード 5 枚，$\boxed{2}$のカード 3 枚，$\boxed{3}$のカード 2 枚が入っている箱から任意に 1 枚を取り出し，番号を調べてもとに戻す試行を 5 回繰り返す。このとき，$\boxed{1}$または$\boxed{2}$のカードが出る回数を X とする。確率変数 X の期待値，分散，標準偏差を求めよ。

$\boxed{1} \times 5$
$\boxed{2} \times 3$
$\boxed{3} \times 2$

$\boxed{1}$または$\boxed{2}$が出る確率は $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Xは 二項分布 $\left(5,\ \frac{4}{5}\right)$に従う

$E(X) = 5 \times \frac{4}{5} = 4$

$V(X) = 5 \times \frac{4}{5} \times \left(1 - \frac{4}{5}\right) = \frac{4}{5}$

$\sigma(X) = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

２－８　二項分布に従う確率変数の期待値など

5 (1)　1 枚の硬貨を続けて 5 回投げるとき，表が出る回数を X とする。X の期待値 $E(X)$ と標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。また，$P(X=3)$ を求めよ。

(2)　赤球が 14 個，白球が 6 個入った袋から 1 球を取り出し，色を調べてからもとに戻す。これを 8 回繰り返して，赤球の出た回数を X とするとき，X の期待値 $E(X)$，分散 $V(X)$，標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

(1) 表が出る確率は $\frac{1}{2}$

Xは二項分布 $\left(5, \frac{1}{2}\right)$ に従う

$$P(X=3) = {}_5C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16}$$

$$E(X) = 5\times\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$V(X) = 5\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(2) ○×6　◎×14

赤球が出る確率は $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

Xは二項分布 $\left(8, \frac{7}{10}\right)$ に従う

$$E(X) = 8\times\frac{7}{10} = \frac{28}{5}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{42}{25}} = \frac{\sqrt{42}}{5}$$

$$V(X) = 8\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{10} = \frac{42}{25}$$

6　50 円硬貨 2 枚と 100 円硬貨 4 枚と 500 円硬貨 1 枚を同時に投げるとき，表が出た硬貨の金額の和の期待値と標準偏差を求めよ。

50円，100円，500円がそれぞれ表の出る回数 X_1, X_2, X_3 とすると

X_1, X_2, X_3 はそれぞれ二項分布

$B\left(2, \frac{1}{2}\right)$，$B\left(4, \frac{1}{2}\right)$，$B\left(1, \frac{1}{2}\right)$ に従う

$E(X_1) = 2\times\frac{1}{2} = 1$，$E(X_2) = 4\times\frac{1}{2} = 2$，$E(X_3) = 1\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$V(X_1) = 2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$，$V(X_2) = 4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = 1$，$V(X_3) = 1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$$E(50X_1+100X_2+500X_3) = 50E(X_1)+100E(X_2)+500E(X_3)$$
$$= 50\times1+100\times2+500\times\frac{1}{2} = 500$$

$$V(50X_1+100X_2+500X_3) = 50^2V(X_1)+100^2V(X_2)+500^2V(X_3)$$
$$= 73750$$

$$\sigma(50X_1+100X_2+500X_3) = \sqrt{73750} = 25\sqrt{118}$$

7　赤球が 6 個，白球が 4 個入った袋から 1 球を取り出し，色を調べてからもとに戻す。これを 6 回繰り返して，赤球の出た回数を X とするとき，X の期待値 $E(X)$，分散 $V(X)$，標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

赤球を取り出す確率は $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

○×4　◎×6

Xは二項分布 $\left(6, \frac{3}{5}\right)$ に従う

$$E(X) = 6\times\frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$$

$$V(X) = 6\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5} = \frac{36}{25}$$