4 質の高い教育をみんなに

数学B
第２章　統計的な推測
二項分布に従う
確率変数の期待値など

＜二項分布に従う確率変数の期待値＞

１回の試行において、事象Aが起きる確率をpとし、この試行をn回行う。

このとき、事象Aが起きる回数をXとする。

ここで、k回目の試行でAが起きれば１、Aが起きなければ0の値をとる

確率変数X_kを考える。

X_1	0	1	計
P	q	p	1

１回目だけの話

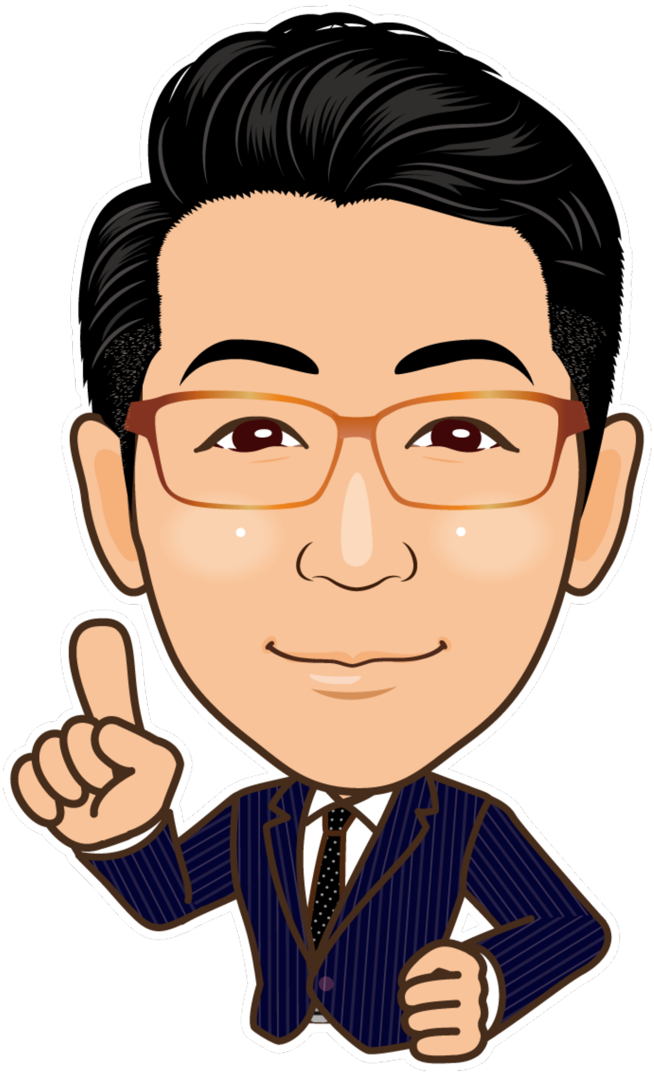
X_2	0	1	計
P	q	p	1

２回目だけの話

…

X_n	0	1	計
P	q	p	1

＜事象Aが起きる回数をXとX_kの関係＞



$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

例えば、

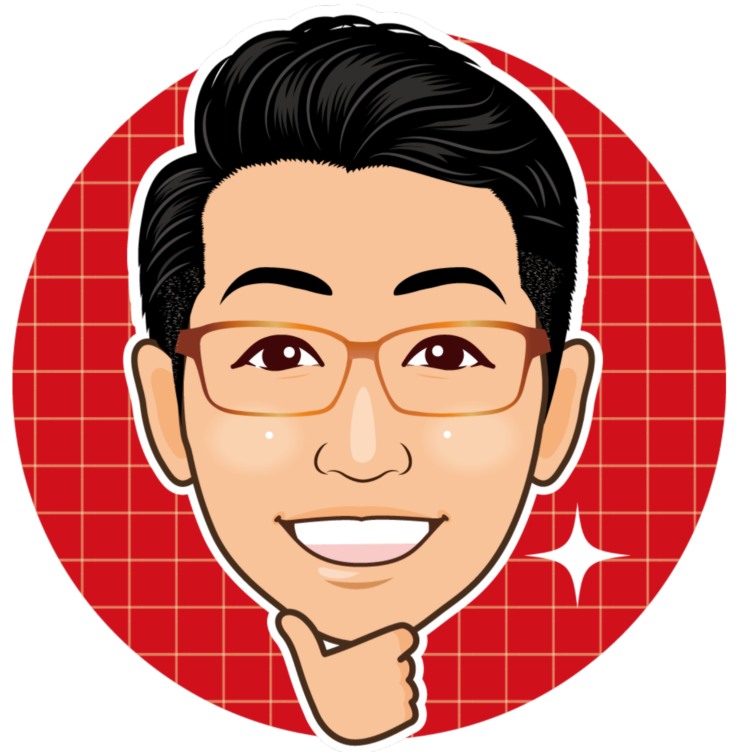
$X=1$ となるのは、$X_1=1,\ X_2=0,\ \cdots,\ X_n=0$

$X_1=0,\ X_2=1,\ \cdots,\ X_n=0$

$\vdots$

$X=2$ となるのは、$X_1=1,\ X_2=1,\ \cdots,\ X_n=0$

$\vdots$



$P(X=\cancel{k})$ は?? $\Rightarrow$ $\boxed{E(X)\text{のみ!!}}$

$$X = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

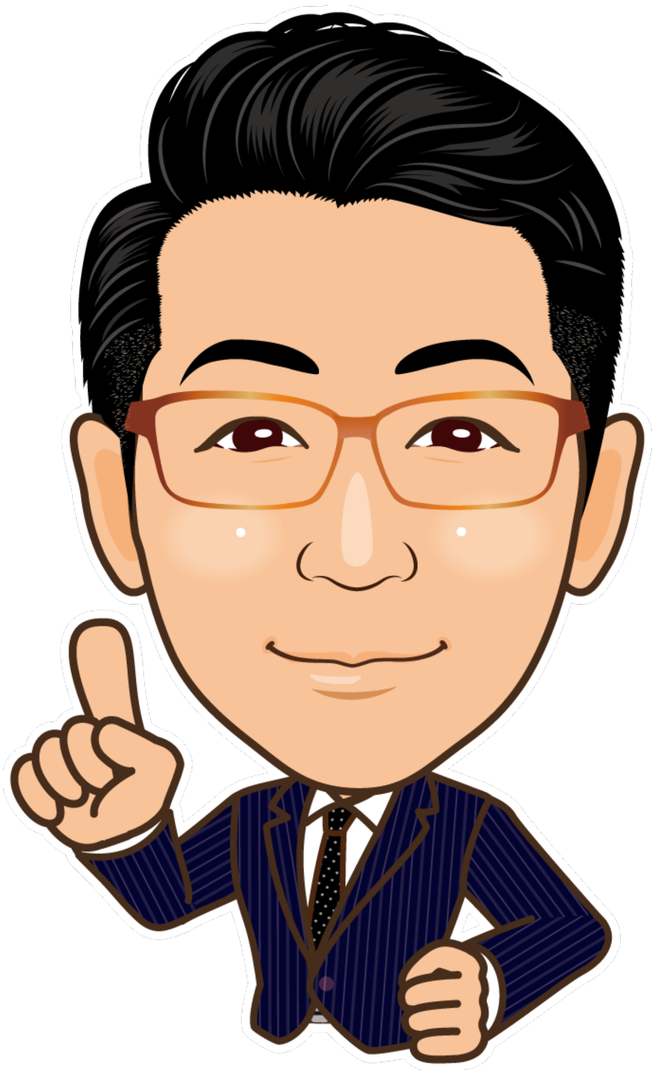
$$E(X) = E(X_1 + \cdots + X_n)$$

$$= E(X_1) + \cdots + E(X_n)$$

ここで、 $E(X_1) = E(X_2) = \cdots = E(X_n) = p$

$$E(X) = p + p + \cdots + p$$

$$E(X) = np$$



X_k	0	1	計
p	q	p	1

$$E(X_k) = 0 \times q + 1 \times p = p$$

$$E(X_k^2) = 0^2 \times q + 1^2 \times p = p$$

$$V(X_k) = E(X_k^2) - \{E(X_k)\}^2$$

$$= p - p^2 = p(1-p)$$

$$= pq$$

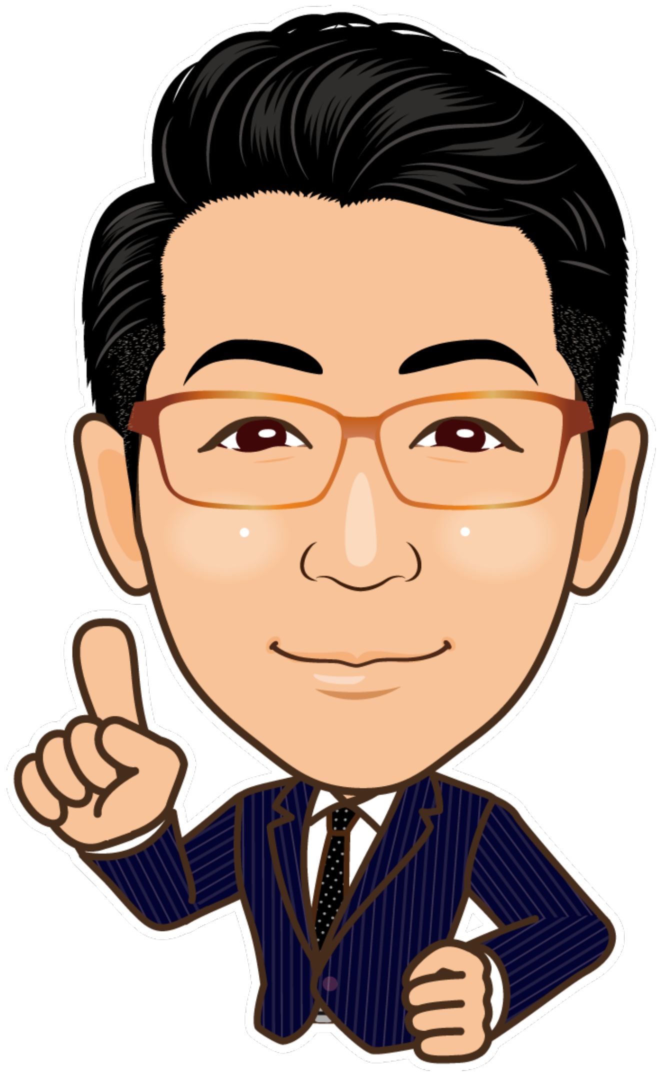
$X_1, X_2, \cdots, X_n$ は互いに独立なので、

$$V(X) = V(X_1) + V(X_2) + \cdots + V(X_n)$$

$$= pq + pq + \cdots + pq$$

$$= \underline{\underline{npq}}$$

$$\sigma(X) = \underline{\underline{\sqrt{npq}}}$$



X_k	0	1	計
P	q	p	1

$$E(X_k) = 0 \times q + 1 \times p = \underline{\underline{p}}$$

$$E(X_k^2) = 0^2 \times q + 1^2 \times p = \underline{\underline{p}}$$

$$V(X_k) = E(X_k^2) - \{E(X_k)\}^2$$

$$= p - p^2 = p(1-p)$$

$$= pq$$